

Betas Contables Sectoriales y el Costo del Patrimonio en Mercados Emergentes con Restricciones de Datos: Un Marco Jerárquico por Niveles para Colombia

JHON ALEXANDER JIMÉNEZ TRIVIÑO

Investigador independiente, Bogotá, Colombia · catedrafinanciera@gmail.com

Versión 1 — Documento de Trabajo — Julio de 2026

Traducción al español del documento de trabajo. La versión de registro es la inglesa: SSRN Working Paper 7067518 — “Accounting-Based Sector Betas and the Cost of Equity in Data-Constrained Emerging Markets: A Tiered Framework for Colombia”.

RESUMEN

La práctica de valoración de empresas no listadas en mercados emergentes requiere estimaciones sectoriales del costo del patrimonio en entornos donde las betas de mercado no existen para la mayoría de las firmas y las series contables son cortas. Proponemos CAB-Ke, un marco jerárquico por niveles (tiers) de betas contables para la economía no financiera colombiana, que integra una beta de rentabilidad de Hill-Stone sobre un factor de mercado leave-one-out (excluyendo el sector propio), una beta aumentada por distress sobre una probabilidad de default agregada, un referente transversal de Beaver-Kettler-Scholes, contracción bayesiana (shrinkage de Vasicek) hacia un prior CAPM-neutral, reapalancamiento de Hamada, un modelo aditivo de spread soberano en dólares estadounidenses y conversión de Fisher a pesos colombianos con un piso conservador de rendimiento soberano. La estimación emplea el panel SIREM sobre 2007–2012 bajo el Decreto 2649 y 2015–2025 bajo NIIF, excluyendo la transición 2013–2014. Se analizan treinta y un sectores no financieros CIIU (Clasificación Industrial Internacional Uniforme) a dos dígitos; los sectores CIIU 64 y 66 se excluyen porque la razón deuda-patrimonio contable de SIREM no captura el apalancamiento por depósitos. Bajo el criterio académico estricto, simétrico y de doble factor, ningún sector califica. Bajo el criterio profesional asimétrico del marco, un sector califica como Tier 1 (Evidencia Profesional Fuerte), once como Tier 2, dos como Tier 3 y diecisiete como Tier 4 (Respaldo), interpretados como pisos conservadores. La correlación de rangos de Spearman entre CAB-Ke y el referente de mercados emergentes de Damodaran es +0.06, lo que indica información complementaria y no sustituta. El piso soberano es vinculante para 22 de los 31 sectores en pesos colombianos; el Ke en dólares conserva mayor discriminación sectorial y es la columna de reporte recomendada. Un chequeo suplementario de estabilidad mediante bootstrap de reconstrucción parcial que cubre 26 de los 31 sectores, con 500, 1,999 y 4,999 réplicas de bootstrap estacionario sobre una reconstrucción desde los datos crudos de SIREM, es consistente con que el criterio académico estricto y simétrico siga sin cumplirse bajo cualquier conteo de réplicas y con que la estabilidad de los tiers se mantenga para 24 de los 26 sectores; dos sectores de frontera cambian un tier al aumentar el conteo de réplicas, en línea con el diseño de la clasificación. La contribución del marco no es la certeza estadística para cada sector, sino la estimación profesional disciplinada bajo incertidumbre.

Clasificación JEL: G12, G15, G31, G32, G33, M41, C53.

Palabras clave: beta contable; costo del patrimonio; mercados emergentes; práctica de valoración; clasificación por niveles; contracción bayesiana; piso de rendimiento soberano; Colombia; SIREM.

* El autor agradece a Ignacio Vélez-Pareja, a colegas colombianos de banca de inversión y a los evaluadores académicos por críticas sustantivas que dieron forma a este manuscrito. Los parámetros macroeconómicos corresponden a un corte de mayo de 2026 y deben actualizarse a la fecha de valoración en la aplicación práctica. Las declaraciones de disponibilidad de datos y código y la declaración de conflictos de interés aparecen al final del manuscrito.

I. INTRODUCCIÓN

Valorar empresas no listadas en Colombia es una de las tareas más comunes y con menor soporte empírico de la práctica de finanzas corporativas colombiana. Los banqueros de inversión que producen opiniones de M&A, los especialistas en precios de transferencia que soportan precios entre vinculados, los family offices que asignan capital entre sectores, los peritos de arbitraje que calculan perjuicios y las autoridades tributarias que revisan valoraciones requieren, todos, estimaciones sectoriales del costo del patrimonio defendibles ante paneles de arbitraje, autoridades regulatorias y comités de transacción. El estándar profesional exige que el valorador pueda declarar cómo se estimó la beta, cuál es su base empírica y qué confiabilidad le atribuye el analista.

El problema empírico es severo. Solo una pequeña fracción de las firmas colombianas cotiza en la Bolsa de Valores de Colombia; para la abrumadora mayoría de la economía productiva no existe beta de mercado. Los datos contables reportados a la Superintendencia de Sociedades a través de la plataforma SIREM (Sistema de Información y Reporte Empresarial) son anuales, con una serie corta después de la transición a NIIF de 2015, y cubren sectores heterogéneos de tamaños muy distintos. En este entorno con restricciones de datos, el estándar convencional de evidencia académica — valores p corregidos por Benjamini-Hochberg inferiores a 0.05 con intervalos de confianza estrechos para la beta sectorial — no puede cumplirse para la mayoría de los sectores, sin importar el cuidado metodológico.

La práctica ha convergido en dos respuestas, ambas insatisfactorias. La primera es importar las betas sectoriales desapalancadas de mercados emergentes de Damodaran sin validación local. Esto ofrece comparabilidad internacional, genuinamente útil para la consistencia entre transacciones, pero no está calibrado con datos colombianos ni viene acompañado de intervalos de confianza o pruebas de significancia validados localmente. La segunda es computar betas contables idiosincráticas a nivel de firma o sector sin ningún marco de confiabilidad, dejando al profesional defendiendo decisiones metodológicas ad hoc frente a audiencias escépticas. Ninguna de las dos respuestas soporta la revelación disciplinada y transparente que exige la valoración profesional contemporánea.

Este documento propone el Marco Colombiano de Betas Contables para el Costo del Patrimonio, abreviado CAB-Ke, un procedimiento jerárquico por niveles para estimar el costo del patrimonio sectorial mediante betas contables sobre el panel SIREM. CAB-Ke integra una beta

de rentabilidad de Hill-Stone sobre un factor de mercado leave-one-out, una beta aumentada por distress sobre una probabilidad de default agregada, una especificación transversal de variables contables de Beaver-Kettler-Scholes, la combinación por varianza inversa, la contracción bayesiana (Vasicek) hacia un prior CAPM-neutral, el reapalancamiento de Hamada, un costo del patrimonio con spread soberano aditivo en dólares estadounidenses y la conversión de Fisher a pesos colombianos con un piso conservador de rendimiento soberano. El referente de mercados emergentes de Damodaran se preserva no como competidor, sino como ancla externa de comparabilidad y como insumo de la regla de respaldo que gobierna los sectores sin evidencia local suficiente de series de tiempo.

Cuatro decisiones metodológicas distinguen este manuscrito de los antecedentes colombianos (Vélez-Pareja 2002; Caicedo Cerezo 2004, 2006; Sarmiento-Sabogal y Sadeghi 2014, 2015; Sarmiento, Sadeghi, Sandoval y Cayon 2021). Primera, el factor de mercado se define leave-one-out para eliminar la endogeneidad por peso propio que, de otro modo, infla mecánicamente la pendiente de Hill-Stone de los sectores grandes, como el petrolero. Segunda, la beta aumentada por distress se estandariza a una escala comparable con la beta de rentabilidad, con el error estándar reescalado de manera consistente para su uso en la combinación por varianza inversa. Tercera, el chequeo de validez externa contra firmas listadas colombianas compara betas de mercado desapalancadas — obtenidas desapalancando con Hamada la beta OLS de cada firma listada con su propia razón deuda-patrimonio — contra las betas contables desapalancadas del marco. Cuarta, el costo del patrimonio en pesos queda sujeto a un piso conservador de rendimiento soberano que garantiza que ningún Ke reportado en pesos colombianos caiga por debajo de la tasa soberana coincidente de la misma madurez y moneda.

La tesis central es operativa antes que estadística. Bajo las restricciones de datos del panel colombiano, el criterio académico de doble factor no puede cumplirse para la mayoría de los sectores, y la respuesta profesional apropiada no es negarse a estimar, sino clasificar cada sector según la fortaleza de su evidencia local y acompañar el costo del patrimonio reportado con la revelación específica de su tier. La afirmación que defendemos es, por tanto, modesta: el marco aporta estimación profesional disciplinada bajo incertidumbre, no certeza estadística por sector.

La Sección II revisa las literaturas de betas contables y de costo del patrimonio para mercados emergentes, con atención a la corriente de antecedentes colombianos. La Sección III describe el panel SIREM, documenta la exclusión por comparabilidad de 2013–2014 y detalla la exclusión de los sectores financieros. La Sección IV desarrolla las cuatro betas contables componentes bajo la convención leave-one-out. La Sección V documenta el procedimiento de inferencia, los tres estándares de evidencia que anclan la clasificación por tiers y un chequeo externo exploratorio contra una muestra pequeña de firmas listadas en la BVC. La Sección VI introduce la clasificación de confiabilidad de cinco tiers. La Sección VII describe el procedimiento de estimación de cinco capas más el piso de reporte de rendimiento soberano en la Capa 5b. La Sección VIII reporta los resultados empíricos. La Sección IX documenta la matriz sectorial completa de costo del patrimonio. La Sección X reporta el análisis de robustez y sensibilidad. La Sección XI enuncia la regla de decisión profesional y las plantillas de revelación para la práctica de valoración colombiana. La Sección XII reconoce las limitaciones. La Sección XIII concluye.

II. REVISIÓN DE LITERATURA

A. Metodologías de beta contable

La literatura de betas contables se origina con Beaver, Kettler y Scholes (1970), quienes demostraron que las variables contables explican una porción sustancial de la variación transversal de las betas de mercado de las firmas listadas en Estados Unidos, y fue extendida transversalmente por Rosenberg y McKibben (1973), quienes documentaron la predictibilidad del riesgo sistemático a nivel de firma a partir de características financieras observables. El fundamento teórico de por qué las variables contables deberían predecir las betas de mercado fue establecido por Bowman (1979), quien derivó la relación entre riesgo sistemático y variables contables de la firma bajo supuestos estándar de valoración. Hill y Stone (1980) formalizaron la beta contable de series de tiempo como la pendiente de los cambios del retorno sobre activos de la firma sobre los cambios agregados de mercado. Mandelker y Rhee (1984) descompusieron la beta contable apalancada en componentes de apalancamiento operativo, apalancamiento financiero y riesgo intrínseco del negocio. Cohen, Polk y Vuolteenaho (2009) mostraron que las betas contables basadas en flujos de caja explican la sección transversal de retornos promedio en horizontes largos. Ellahie (2021) documenta la consistencia de las betas basadas en utilidades en datos de Estados Unidos entre 1981 y 2017. Konchitchki, Luo, Ma y Wu (2016) muestran que el riesgo a la baja basado en utilidades aporta información incremental sobre el costo de capital más allá de las betas de retornos de mercado. Rutkowska-Ziarko, Markowski y Pyke (2019) y Rutkowska-Ziarko, Markowski y Abdou (2024) extienden la agenda de betas contables a contextos europeos y a especificaciones de CAPM condicional.

Para las firmas no listadas de mercados emergentes, la beta contable ha sido el recurso metodológico por defecto. La corriente de antecedentes colombianos está anclada en Vélez-Pareja (2002), cuyo trabajo sobre costo de capital y valoración en la práctica corporativa colombiana constituye la referencia operativa para los profesionales. Caicedo Cerezo (2004, 2006) desarrolló estimaciones de betas contables para industrias colombianas en una muestra pequeña y documentó la sensibilidad de los resultados a la definición sectorial. Sarmiento-Sabogal y Sadeghi (2014, 2015) computaron betas desapalancadas a partir de fundamentales contables colombianos. Sarmiento, Sadeghi, Sandoval y Cayon (2021) aplicaron métodos proxy al costo del patrimonio de firmas no listadas usando evidencia de firmas listadas. Ball, Sadka y Tseng (2022) argumentan que, en contextos segmentados o emergentes, el referente de mercado deberían ser indicadores macroeconómicos y no la rentabilidad contable agregada. Cuando las referencias primarias de esta corriente corresponden a monografías institucionales o memorias de simposio — como ocurre con Vélez-Pareja (2002) y Caicedo Cerezo (2004, 2006) — las entradas correspondientes de la sección de Referencias identifican explícitamente el medio de publicación. Frente a estos antecedentes, el presente trabajo hace cuatro contribuciones específicas: una clasificación explícita por tiers con estándares formales de evidencia; un tratamiento leave-one-out del factor de mercado para eliminar la endogeneidad por peso propio en un panel pequeño; un piso conservador de rendimiento soberano sobre la salida en pesos colombianos; y una beta contable aumentada por distress estandarizada en una escala compatible con el CAPM.

B. Costo del patrimonio para mercados emergentes

La referencia teórica contra la cual se evalúan todos los modelos de costo del patrimonio es el CAPM estático de Sharpe (1964) y Lintner (1965) y su generalización intertemporal de Merton (1973); el prior CAPM-neutral del marco, $\beta_0 = 1.0$, corresponde al portafolio de mercado ponderado por valor en esa especificación. El tratamiento fundacional del riesgo y los retornos predecibles en mercados accionarios emergentes es Harvey (1995), cuyo marco empírico sigue siendo punto de referencia para la descomposición del riesgo país. El menú de modelos de costo del patrimonio para mercados emergentes es más amplio que el enfoque de prima de riesgo país de Damodaran. El modelo aditivo de spread soberano de Mariscal y Lee (1993), antecedente práctico del CAPM de Estados Unidos más spread aditivo hoy ampliamente usado en la industria, es el modelo implementado en la ecuación principal de la Sección VII.E. Pereiro (2001, 2006) propone un CAPM Híbrido Ajustado que multiplica la prima de riesgo accionaria de Estados Unidos por $(1 - R^2)$ para reflejar el riesgo país local; aquí se trata como alternativa de sensibilidad y no como especificación principal. Estrada (2000, 2001) propone un marco de riesgo a la baja calibrado a las asimetrías de volatilidad de mercados emergentes. Godfrey y Espinosa (1996) desarrollan un modelo híbrido que ajusta la beta en lugar de sumar un spread. Erb, Harvey y Viskanta (1996) usan calificaciones crediticias de país como índice de riesgo subyacente. Lessard (1996) propone un factor de ajuste país atado a las correlaciones de los retornos locales con el mercado mundial. El enfoque lambda de Damodaran (Damodaran 2025) ajusta la exposición al riesgo país a nivel de firma más allá del spread aditivo. Kruschwitz, Löffler y Mandl (2012) aportan una crítica teórica al modelo de spread soberano aditivo e identifican condiciones bajo las cuales es inconsistente con la ausencia de arbitraje; reconocemos explícitamente esta crítica y adoptamos el piso de rendimiento soberano de la Sección VII.F como salvaguardia profesional conservadora, no como prueba de no arbitraje.

Una literatura paralela sobre el costo de capital implícito (Gebhardt, Lee y Swaminathan 2001; Easton 2004) infiere la tasa de descuento accionaria ex ante a partir de precios de mercado y pronósticos de analistas. El costo de capital implícito no es aplicable a firmas no listadas y, por tanto, no es competidor de CAB-Ke, pero constituye un referente útil para el pequeño subconjunto de sectores colombianos con firmas de negociación activa. Damodaran (2025, 2026) publica anualmente estimaciones de betas sectoriales de mercados emergentes y de primas de riesgo país, y sigue siendo la referencia dominante entre practicantes. Bekaert y Harvey (1995) documentaron la integración variable en el tiempo entre mercados de capitales emergentes y desarrollados, y Bekaert, Hodrick y Zhang (2009) aportan evidencia de que modelos factoriales parsimoniosos basados en riesgo, que combinan componentes locales y globales, capturan la covarianza internacional de retornos accionarios. Bai y Green (2020) documentan que los factores país e industria son fuentes independientes de variación de retornos accionarios en mercados emergentes parcialmente integrados. Si debe aplicarse una prima por tamaño a firmas cerradas de mercados emergentes sigue siendo una pregunta empírica abierta; la revisión escéptica de Alquist, Israel y Moskowitz (2018) es un punto de referencia. No incorporamos prima por tamaño en la especificación principal.

C. Combinación, contracción y pruebas múltiples

La literatura de combinación de pronósticos comienza con Bates y Granger (1969) y Cochran (1937) y ha sido desarrollada por Stock y Watson (2004) y Timmermann (2006). Blume (1971)

documentó la regresión empírica de las betas de mercado hacia la media transversal, motivando la literatura de contracción (shrinkage) en finanzas que se origina con Vasicek (1973) y con Efron y Morris (1973) para la estimación jerárquica bayesiana empírica. La corrección de pruebas múltiples vía tasa de falso descubrimiento se debe a Benjamini y Hochberg (1995); aplicamos esta corrección dentro de cada componente a lo largo de la sección transversal de 31 sectores para la clasificación en Tier 1.

D. Distress financiero y ciclo de crédito

La conexión entre fundamentales contables y riesgo accionario fue formalizada analíticamente en el marco de descomposición de retornos de Campbell (1991), que separa los retornos accionarios en noticias de flujo de caja y noticias de tasa de descuento. Sobre esa descomposición, Campbell, Hilscher y Szilagyi (2008) demostraron que las primas por riesgo de distress exhiben una estructura factorial separada de los factores estándar de tamaño y book-to-market. Nuestra beta contable aumentada por distress operacionaliza esa dimensión del ciclo de crédito reemplazando el factor agregado de retorno sobre activos por una probabilidad de default agregada construida a partir de Z-scores a nivel de firma, en la tradición de Altman (1968) y Ohlson (1980).

E. Validez externa de las betas contables

Si las betas contables miden el mismo constructo subyacente que las betas de mercado se ha estudiado desde Beaver, Kettler y Scholes (1970). Vasicek (1973) explotó esa correspondencia en el diseño de estimadores bayesianos de contracción. Ellahie (2021) documenta que las betas basadas en utilidades capturan riesgo sistemático consistente con la covarianza de retornos de mercado en mercados desarrollados. En mercados emergentes con escasa doble cotización, la evidencia empírica sobre esta correspondencia es escasa. La Sección V.D de este documento aporta para Colombia un chequeo externo de bajo poder estadístico usando betas de mercado despalancadas de firmas listadas.

III. DATOS Y CONSTRUCCIÓN SECTORIAL

A. Muestra y filtros

Nuestra muestra proviene de la base SIREM administrada por la Superintendencia de Sociedades de Colombia. Los datos abarcan de 2007 a 2025 en una estructura de dos bloques. El primer bloque cubre 2007–2012 bajo el Decreto 2649 (PCGA colombianos); el segundo cubre 2015–2025 bajo NIIF. Los años de transición 2013–2014 se excluyen deliberadamente por razones de comparabilidad regulatoria. La Ley 1314 del 13 de julio de 2009 estableció el marco legal para la adopción de estándares internacionales de contabilidad en Colombia; la transición se implementó mediante el Decreto 2784 del 28 de diciembre de 2012 (Grupo 1, firmas grandes) y el Decreto 3022 del 27 de diciembre de 2013 (Grupo 2, firmas medianas y pequeñas). Durante 2013–2014, las firmas del Grupo 1 prepararon su estado de situación financiera de apertura bajo NIIF mientras seguían reportando bajo el Decreto 2649 para efectos estatutarios; concatenar observaciones pre y post transición a través de esa frontera confundiría diferencias de régimen contable con variación subyacente genuina.

Retenemos observaciones firma-año con activos totales superiores a 30 millones de pesos colombianos, reporte completo de las partidas de balance y estado de resultados requeridas para computar el retorno operativo sobre activos, razón deuda-patrimonio dentro de $[0, 3]$ y residencia en un sector CIIU a dos dígitos con al menos veinte observaciones firma-año en el año. El filtro de 30 millones es un filtro de frontera contra errores clericales; el filtro efectivo de selección muestral opera aguas arriba, vía el umbral de obligación de reporte de la Supersociedades, del orden de decenas de miles de millones de pesos, que remueve a las microempresas antes de que entren al panel SIREM. Tras los filtros de firma, la cohorte comprende 3,704 firmas con 44,246 observaciones firma-año. Tras los filtros sectoriales que exigen al menos diez años observables a través de los dos bloques, retenemos 33 sectores con muestra adecuada. Dos sectores se excluyen del marco como Tier 5 (Tratamiento Especial): CIIU 64 (Servicios Financieros) y CIIU 66 (Actividades Auxiliares Financieras), porque la razón deuda-patrimonio contable de SIREM no captura el apalancamiento por depósitos de clientes y, por tanto, el reapalancamiento de Hamada produciría betas apalancadas económicamente carentes de sentido. El panel de análisis final comprende 31 sectores no financieros.

Dos decisiones de censura merecen nota explícita. Primera, el filtro de D/E dentro de $[0, 3]$ remueve mecánicamente firmas en distress avanzado donde el patrimonio se aproxima a cero. Segunda, SIREM no incluye firmas en procesos de insolvencia activos bajo la Ley 1116 de 2006. Ambas decisiones sesgan la beta aumentada por distress de la Sección IV.C hacia valores moderados al truncar la cola de la distribución del ciclo de crédito; el efecto se documenta en la Sección IV.C y se reconoce como limitación en la Sección XII. La Tabla 1 resume la construcción de la muestra y la Tabla 1B reporta estadísticas descriptivas del panel sector-año resultante. Antes de agregar, se aplica winsorización año a año en los percentiles 1 y 99 al ROA operativo y a la razón patrimonio-activos a nivel de firma, en el espíritu de Adams, Hayunga, Mansi, Reeb y Verardi (2019), adoptada aquí en su forma univariada convencional por comparabilidad con estudios previos de betas contables; en el paso de estimación de series de tiempo se aplica M-regresión robusta (Huber 1964) con la función de pérdida biweight de Tukey de Beaton y Tukey (1974), con constante de ajuste $c = 4.685$, para manejar valores atípicos residuales.

TABLA 1 — Construcción de la muestra y cobertura sectorial

Característica de la muestra	Valor
Régimen de reporte	Decreto 2649 (2007–2012) + NIIF (2015–2025)
Ventana observable efectiva	17 observaciones anuales; 15 pares de primeras diferencias dentro de bloque
Exclusión por comparabilidad	2013–2014 (transición NIIF bajo la Ley 1314/2009)
Firmas en la cohorte	3,704
Observaciones firma-año	44,246
Sectores no financieros analizados	31
Excluidos (Tier 5, Tratamiento Especial)	CIIU 64, CIIU 66
Filtros de firma	Activos > 30M COP; reporte completo; D/E dentro de $[0, 3]$
Filtros sectoriales	≥ 20 obs. firma-año por año; ≥ 10 años observables

Característica de la muestra	Valor
Winsorización	Año a año, 1%–99%, sobre razones a nivel de firma
Censura por insolvencia	Firmas en procesos de la Ley 1116/2006 excluidas de SIREM

Resumen de la muestra SIREM Colombia no financiera tras los filtros. La ventana observable abarca 17 observaciones anuales porque 2013–2014 se excluyen por comparabilidad regulatoria. La censura por régimen de insolvencia se documenta explícitamente y su efecto sobre la beta aumentada por distress se discute en las Secciones IV.C y XII.

TABLA 1B — Estadísticas descriptivas de la muestra

Estadística	Valor
Media de firmas por sector-año	110.4
ROA operativo medio ponderado por activos (agrupado)	6.70%
Mediana de D/E sectorial (agrupada entre sector-años)	0.867
Sectores con datos observables	31
Pares de primeras diferencias por sector (mín–mediana–máx)	9 – 10 – 15

B. Agregación y construcción del factor leave-one-out

Para cada sector-año (s, t) construimos el retorno operativo sobre activos ponderado por activos:

$$ROA(s, t) = \frac{\sum_{i \in s} \text{OperatingIncome}_{i,t}}{\sum_{i \in s} \text{Assets}_{i,t}} \quad (1)$$

donde el índice i recorre todas las firmas del sector s en el año t que superan los filtros muestrales de la Sección III.A. La ecuación (1) equivale a un promedio de los retornos operativos sobre activos a nivel de firma ponderado por tamaño, con pesos proporcionales a los activos totales de cada firma. El referente de mercado contra el cual se regresa el ROA de cada sector es el ROA de mercado ponderado por activos bajo la convención leave-one-out:

$$ROA_M^{(-s)}(t) = \frac{\sum_{s' \neq s} \sum_{i \in s'} \text{OperatingIncome}_{i,t}}{\sum_{s' \neq s} \sum_{i \in s'} \text{Assets}_{i,t}} \quad (1a)$$

Esta construcción elimina la inflación mecánica de la pendiente de Hill-Stone que, de otro modo, surgiría para los sectores con gran peso en el agregado. La probabilidad de default agregada de mercado bajo la convención leave-one-out, $PD_M^{(-s)}(t)$, se define análogamente como el promedio ponderado por activos de las probabilidades de default a nivel de firma de todas las firmas no financieras excepto las del sector s. La probabilidad de default a nivel de

firma se deriva del Z-score validado en panel de la ecuación (2), transformado en probabilidad mediante la función logística:

$$z(i, t) = -1.2011 - 6.7120 R1(i, t) - 3.4259 R4(i, t) \tag{2}$$

$$PD_i(t) = \frac{1}{1 + e^{-z(i, t)}} \tag{2a}$$

Las variables R1 y R4 son, respectivamente, la razón de utilidad operacional a activos totales (R1 = UtilidadOperacional/Activos, coincidente con el ROA sectorial ponderado por activos de la ecuación 1 al agregarse) y la razón de patrimonio contable a activos totales (R4 = Patrimonio/Activos). Los coeficientes del Z-score (-1.2011, -6.7120, -3.4259) están calibrados sobre el panel SIREM completo siguiendo el score de dos razones de Jiménez Triviño (2026), cuyo procedimiento de calibración y validación fuera de tiempo aparecen en ese documento de trabajo. Las primeras diferencias ΔROA(s, t), ΔROA_M^(-s)(t) y ΔPD_M^(-s)(t) sirven de insumo a las regresiones de betas contables de series de tiempo de la Sección IV. Las primeras diferencias se computan solo entre años cronológicamente adyacentes dentro de cada bloque; el par de transición (2012, 2015) no se trata como primera diferencia. Esto preserva 15 pares observables de primeras diferencias a lo largo de la ventana efectiva.

IV. METODOLOGÍAS DE BETAS CONTABLES COMPONENTES

A. Arquitectura del marco

El marco CAB-Ke descansa sobre cuatro especificaciones documentadas de beta contable: una beta de rentabilidad de Hill-Stone sobre el factor de ROA leave-one-out; una beta aumentada por distress sobre la probabilidad de default agregada leave-one-out; un referente transversal de variables contables de Beaver-Kettler-Scholes; y la beta desapalancada de mercados emergentes de Damodaran como ancla externa e insumo de la regla de respaldo. Las cuatro especificaciones se combinan en la Capa 2 por ponderación de varianza inversa y se contraen en la Capa 3 hacia un prior CAPM-neutral mediante la actualización bayesiana de Vasicek. La Tabla 2 caracteriza cuánto de la salida base del marco explica cada capa de la construcción. La Tabla 2 es una descomposición interna de ensamblaje, no una afirmación de validez externa; la validez externa se discute por separado en la Sección V.

TABLA 2 — Descomposición interna de ensamblaje del marco

Especificación	ρ de Spearman vs. β_CAB base	Mediana Δβ	Interpretación
Solo Damodaran	+0.06	0.36	Ancla externa sin contenido local de series de tiempo
Damodaran + mediana sectorial	+0.06	0.41	La mediana sectorial no añade contenido de ordenamiento
Solo Hill-Stone LOO	+0.72	0.52	La señal local de series de tiempo es la mayor contribución del ensamblaje
Hill-Stone + contracción de Vasicek	+0.67	0.03	Refinamiento de precisión hacia el prior CAPM-neutral
+ superposición Beaver-Kettler-	+0.83	0.14	Discriminación transversal sobre variables

Especificación	ρ de Spearman vs. β_{CAB} base	Mediana $ \Delta\beta $	Interpretación
Scholes			contables
Marco completo (base)	+1.00	0.00	Combinación base

Descomposición interna de ensamblaje. La columna ρ es la correlación de rangos de Spearman entre la especificación truncada y la $\beta_{U^{\wedge}CAB}$ base del marco. El marco completo tiene $\rho = 1.000$ consigo mismo por construcción. Esta descomposición describe cómo se construye el marco, no cómo valida externamente contra resultados; la validez externa es materia de la Sección V.D.

B. Beta de rentabilidad de Hill-Stone

Para cada sector s con al menos ocho observaciones válidas de cambios sector-año, la beta de Hill-Stone es el coeficiente de pendiente en la regresión leave-one-out:

$$\Delta ROA(s, t) = \alpha_s + \beta_{HS, s} \Delta ROA_M^{(-s)}(t) + \varepsilon(s, t) \quad (3)$$

La estimación es por M-regresión (Huber 1964) con la función de pérdida biweight de Tukey de Beaton y Tukey (1974), con constante de ajuste $c = 4.685$. La inferencia sobre el coeficiente de pendiente es por bootstrap estacionario con longitud de bloque $L = 4$ (Politis y Romano 1994). El bootstrap muestrea solo primeras diferencias intra-bloque para preservar la frontera de transición. El objetivo empírico de la inferencia es la clasificación por tiers — separar los sectores con evidencia fuerte de los sectores con evidencia débil — y no la estimación exacta de valores p por sí misma. Los valores p reportados descansan en 500 réplicas de bootstrap estacionario, que tratamos como una base computacionalmente tratable y apropiada para la asignación de tiers en el panel actual; un chequeo suplementario independiente de estabilidad, sobre una reconstrucción de 26 sectores desde los datos crudos de SIREM bajo 500, 1,999 y 4,999 réplicas, aporta un diagnóstico suplementario de la estabilidad de los valores p para la pata Hill-Stone reconstruida, preservando la misma longitud de bloque $L = 4$ y muestreando solo primeras diferencias intra-régimen; los detalles se reportan en la Sección X.K. El bootstrap suplementario se interpreta como un diagnóstico de estabilidad de valores p para la pata Hill-Stone reconstruida; no re-estima el pipeline base y no verifica los intervalos de confianza ni las asignaciones de tier de la base. Dado que el objetivo empírico de CAB-Ke es la clasificación por tiers y no la precisión fina de los valores p , el bootstrap extendido se interpreta como diagnóstico de estabilidad de la clasificación de confiabilidad. La sensibilidad de las asignaciones de tier al conteo de réplicas se discute además en la Sección XII, Limitación 15. Bajo el factor leave-one-out de la ecuación (3) se elimina la inflación mecánica de β_{HS} para los sectores con gran peso de activos en el agregado; el mayor efecto cuantitativo recae sobre CIIU 06 (petróleo), cuya pendiente cruda disminuye frente a una base sin LOO.

C. Beta aumentada por distress

Siguiendo a Campbell, Hilscher y Szilagyi (2008), la beta contable aumentada por distress reemplaza el factor agregado de ROA por la probabilidad de default agregada de mercado, bajo la convención leave-one-out:

$$\Delta ROA(s, t) = \alpha_s + \beta_{DAraw, s} \Delta PD_M^{(-s)}(t) + \varepsilon(s, t) \quad (4)$$

Debido a que la pendiente cruda es negativa para los sectores procíclicos y está escalada por la pequeña magnitud de ΔPD (típicamente 0.005–0.02 por año), las estimaciones crudas no están en una escala compatible con el CAPM. Reportamos la beta aumentada por distress estandarizada:

$$\tilde{\beta}_{DA,s} = -\beta_{DAraw,s} \cdot \frac{\sigma(\Delta PD_M)}{\sigma(\Delta ROA_M)} \quad (4b)$$

El signo negativo transforma la convención procíclica en una escala positiva compatible con el CAPM; la razón de desviaciones estándar reescala el coeficiente a unidades comparables. El error estándar se reescala por el mismo factor, de modo que la combinación por varianza inversa de la Capa 2 sea coherente. Todas las tablas de este manuscrito reportan β_{DA} (estandarizada); la β_{DA} cruda se usa solo como cantidad intermedia en la ecuación (4).

Dos rasgos de esta construcción merecen discusión abierta. Primero, la colinealidad mecánica: dado que PD es una función monótona de insumos del Z-score que incluyen R1 (utilidad operacional sobre activos, ver Sección III.B), y ΔROA es además el lado izquierdo de la ecuación (4), una porción de la correlación observada entre β_{HS} y β_{DA} es mecánica y no refleja dos dimensiones económicas distintas. Reportamos la especificación con el spread soberano EMBI+ de la Sección X.J como alternativa de robustez mecánicamente ortogonal a las variables contables de firma. Segundo, la censura de SIREM: las firmas en procesos de insolvencia de la Ley 1116/2006 y las firmas con D/E fuera de [0, 3] están ausentes del panel. Ambas reglas de censura truncan la cola de la distribución del ciclo de crédito y sesgan β_{DA} hacia valores moderados; el sesgo se documenta y se reconoce como limitación.

D. Beta de variables contables de Beaver-Kettler-Scholes

La beta BKS es el valor ajustado de una regresión transversal de características contables de la beta de Hill-Stone sobre variables contables sectoriales observables, en la tradición iniciada por Beaver, Kettler y Scholes (1970) y Rosenberg y McKibben (1973):

$$\beta_{BKS,s} = \gamma_0 + \gamma_1 DE_s + \gamma_2 \log(A_s) + \gamma_3 \sigma_{ROA,s} \quad (5)$$

Los coeficientes ajustados a lo largo de la sección transversal de 31 sectores son aproximadamente $(\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) = (-2.89, -1.12, +0.18, +2.36)$, con R^2 transversal de 0.35. DE_s es la mediana agrupada sector-año del D/E a nivel de firma (decimal, adimensional); A_s son los activos totales del sector agregados entre firmas, en millones de pesos colombianos nominales (sin deflactar); $\log(A_s)$ es el logaritmo natural; y $\sigma_{ROA,s}$ es la desviación estándar intra-sectorial del ROA operativo de firma, en unidades decimales. El signo negativo del coeficiente de deuda-patrimonio no es el económicamente esperado bajo una interpretación ingenua y requiere discusión abierta. La explicación más probable es la endogeneidad de la estructura de capital: los sectores con rentabilidad operativa menos cíclica tienden a sostener apalancamientos de estado estacionario más altos, de modo que la asociación transversal entre D/E y β_{HS} refleja causalidad inversa. La especificación BKS se usa como referente transversal e insumo de la regla de respaldo, no como estimador estructural; una identificación rigurosa del efecto causal del apalancamiento sobre el riesgo sistemático requeriría variables instrumentales y excede el alcance de este manuscrito.

E. Damodaran como referente externo

Tomamos las estimaciones más recientes de betas desapalancadas de mercados emergentes de Damodaran y las mapeamos a los sectores CIU de dos dígitos. La beta de Damodaran entra a CAB-Ke en dos papeles: como referente externo de comparabilidad usado en la revelación y como insumo con peso de 20% en la mezcla de respaldo del Tier 4 para los sectores sin evidencia local suficiente de series de tiempo. Damodaran no se trata como un competidor a derrotar; las dos metodologías capturan información complementaria.

V. VALIDACIÓN, INFERENCIA Y ESTÁNDARES DE EVIDENCIA

A. Validación estadística

Las decisiones inferenciales por sector involucran 62 pruebas de hipótesis (31 sectores $\times$ 2 especificaciones componentes). Aplicamos la corrección de tasa de falso descubrimiento de Benjamini-Hochberg (1995) dentro de cada componente a lo largo de los 31 sectores — es decir, los valores p de Hill-Stone y los de la beta aumentada por distress estandarizada se corrigen dentro de sus respectivas familias de 31 pruebas cada una. Para las clasificaciones de Tier 2 y Tier 3 se usan los valores p crudos, sin corregir. Los errores estándar de β_{HS} derivan del bootstrap estacionario de la Sección IV.B; los errores estándar de β_{DA} son la versión reescalada de los errores estándar de la β_{DA} cruda, como se describe en la Sección IV.C. El bootstrap estacionario se prefiere sobre el estimador asintótico consistente ante heterocedasticidad y autocorrelación de Newey-West (1987) porque $T = 15$ pares de primeras diferencias está muy por debajo del tamaño muestral en el que la asintótica de Newey-West entrega inferencia confiable. Para la inferencia sobre los coeficientes transversales de la ecuación (5) no aplicamos el estimador de dos etapas de Fama-MacBeth (1973), porque la estructura de panel de 31 sectores $\times$ $T = 15$ diferencias anuales no soporta regresiones transversales año a año con grados de libertad adecuados; en su lugar, los errores estándar de los coeficientes γ se computan por remuestreo bootstrap de la sección transversal de 31 sectores, manteniendo fijos los pesos anuales. Los intervalos de confianza se reportan a los niveles de 90% y 95%.

B. Definición de la familia de pruebas múltiples

La familia BH-FDR se define dentro de cada componente a lo largo de la sección transversal de 31 sectores. Esta elección refleja la estructura operativa de la clasificación por tiers: el Tier 1 exige evidencia en los componentes Hill-Stone y aumentado por distress por separado, de modo que la corrección apropiada de pruebas múltiples opera dentro de cada familia. Elecciones alternativas — incluida una familia conjunta de 62 pruebas o una familia intra-tier — producirían conteos distintos de Tier 1; la sensibilidad de las asignaciones de tier a las elecciones de umbral se documenta en la Sección X.

C. Estándares de evidencia académicos versus profesionales

En un entorno de mercado desarrollado, con series de tiempo extensas y referentes de mercado negociados, el estándar convencional de evidencia académica exige valores p inferiores a 0.05 con corrección de pruebas múltiples e intervalos de confianza al 95%. En un entorno de mercado emergente, con frecuencia contable anual, paneles cortos y ausencia de betas de

mercado para la mayoría de las firmas, el estándar académico no puede cumplirse para la mayoría de los sectores. CAB-Ke distingue, por tanto, tres estándares operativos de evidencia. La Evidencia Académica Estricta exige valores p corregidos por BH inferiores a 0.05 en ambos componentes con consistencia de signo; bajo este criterio ningún sector califica en el panel actual. La Evidencia Profesional Fuerte usa el criterio asimétrico $BH\ p_HS < 0.05$ y $BH\ p_DA < 0.10$ con signo correcto y β en $[0.30, 2.50]$; un sector califica. La Evidencia Indicativa de Mercado Emergente exige valores p crudos inferiores a 0.20 en al menos un componente con consistencia de signo y plausibilidad estructural. Los tres estándares son conceptualmente distintos y se usan para justificar reglas de uso profesional diferentes en la Sección XI.

D. Chequeo externo contra firmas listadas en la BVC

Como chequeo externo exploratorio comparamos las betas sectoriales de CAB-Ke contra betas de mercado desapalancadas de firmas colombianas listadas. El chequeo tiene poder estadístico limitado: tras desapalancar y filtrar por sector, solo tres sectores no financieros retienen al menos dos firmas listadas, y el resultado no puede interpretarse como validación convergente fuerte. Se reporta por transparencia y para informar la calibración de la incertidumbre sectorial por parte del lector.

Identificamos 22 firmas listadas en la Bolsa de Valores de Colombia con historia semanal continua de precios sobre la ventana común completa de enero de 2015 a diciembre de 2024 (522 observaciones semanales por firma). De ellas, 14 son no financieras (abarcando CIIU 06, 07, 10, 23, 35, 61, 68) y 8 pertenecen a CIIU 64 (financiero); las firmas de CIIU 64 se excluyen del marco como Tier 5 y se reportan aquí solo como referencia no relacionada. De las 14 firmas listadas no financieras, 11 tienen D/E dentro del rango $[0, 3]$ requerido por el desapalancamiento de Hamada; las 3 restantes se excluyen de la Tabla 3. Las sociedades holding (Grupo Argos, Grupo Sura, Grupo Aval, Grupo Bolívar) se clasifican por el CIIU de su subsidiaria operativa dominante y no por la clasificación de la holding; ese mapeo es una fuente de ruido en la muestra pequeña y se revela explícitamente. Para cada firma listada estimamos la beta de mercado por regresión OLS de los log-retornos semanales sobre el índice MSCI COLCAP de retorno total sobre la ventana común de 522 semanas, luego desapalancamos la beta de la firma vía Hamada con su propia razón deuda-patrimonio a cada cierre de año y la tarifa estándar del impuesto corporativo colombiano, y después tomamos la mediana entre firmas dentro de cada sector CIIU de dos dígitos.

La Tabla 3 reporta la comparación sectorial. Solo tres sectores no financieros tienen al menos dos firmas listadas tras los pasos de desapalancamiento y filtrado (CIIU 06, 23, 68); las celdas de una sola firma (CIIU 07, 10, 35, 61) se muestran por completitud pero no se usan para la comparación agregada de desviación absoluta. La desviación absoluta mediana entre CAB-Ke y las medianas desapalancadas de la BVC es 0.43 en los tres sectores utilizables, frente a 0.46 para Damodaran; la desviación absoluta media es 0.55 para CAB-Ke y 0.49 para Damodaran. Con $N = 3$, ninguna metodología está significativamente más cerca de la evidencia de firmas listadas, y ninguna correlación de rangos de Spearman es estadísticamente distinguible de cero. La celda de una sola firma de CIIU 61 (ETB) arroja $\beta_U^{BVC} \approx 0.55$ frente a $\beta_U^{CAB} = 0.41$ (ambas clasificadas Tier 4, respaldo); una celda de una sola firma no puede interpretarse como estimación sectorial. En conjunto, la evidencia es consistente con la interpretación de que las betas contables de CAB-Ke y las betas de mercado desapalancadas miden dimensiones relacionadas pero no idénticas del riesgo sistemático en el contexto colombiano.

TABLA 3 — Chequeo externo exploratorio: medianas sectoriales de betas desapalancadas

CIIU	Sector	N (firmas BVC)	β_U mediana BVC	β_U CAB-Ke	β_U Damodaran
06	Petróleo y gas	3	1.10	1.44	0.92
07	Minería metálica (una firma)	1	0.82	no está en CAB (n<20)	n/a
10	Alimentos procesados (una firma)	1	0.51	0.47	0.71
23	Minerales no metálicos (cemento)	2	1.44	0.55	0.98
35	Electricidad y gas (una firma)	1	0.74	no está en CAB (n<20)	n/a
61	Telecomunicaciones (una firma)	1	0.55	0.41	0.95
68	Inmobiliario / holding	2	1.49	1.06	0.65

Mediana sectorial de betas de mercado desapalancadas de la BVC tras el desapalancamiento de Hamada firma a firma con el D/E propio de cada firma y $\tau = 35\%$. El índice MSCI COLCAP de retorno total es el referente de mercado; la ventana de estimación va de enero de 2015 a diciembre de 2024 (522 observaciones semanales). CIIU 07 y 35 no están en el marco CAB-Ke porque no cumplen el filtro de 20 firmas por sector; se muestran solo por completitud. Las celdas de una sola firma ($N = 1$) son solo informativas. La desviación absoluta mediana de la beta desapalancada de CAB-Ke frente a la mediana desapalancada de la BVC es 0.43 en los tres sectores utilizables, frente a 0.46 para el referente de Damodaran; la desviación absoluta media es 0.55 para CAB-Ke y 0.49 para Damodaran. Con $N = 3$, ninguna metodología está significativamente más cerca de la evidencia de firmas listadas. Este es un chequeo externo exploratorio bajo bajo poder estadístico, no una afirmación fuerte de validez convergente.

VI. LA CLASIFICACIÓN DE CONFIABILIDAD DE CINCO TIERS

Cada uno de los 31 sectores no financieros, más los 2 sectores financieros excluidos, se asigna a uno de cinco tiers de confiabilidad. Los tiers son mutuamente excluyentes; cada sector se asigna al tier más alto para el cual su evidencia califica.

Tier 1 — Evidencia Profesional Fuerte. Valor p de Hill-Stone corregido por BH inferior a 0.05 Y valor p de la beta aumentada por distress estandarizada corregido por BH inferior a 0.10, signos consistentes con la convención procíclica y β sin acotar dentro de [0.30, 2.50]. β_U proviene del posterior de Vasicek sin acotar. Un sector califica: CIIU 45 (Comercio de Vehículos Automotores). El criterio es asimétrico y NO equivale a la validación académica estricta y simétrica de doble factor, que ningún sector alcanza en el panel actual.

Tier 2 — Uso Profesional. Al menos un componente alcanza valor p crudo inferior a 0.10 con signo correcto y β dentro del rango razonable. β_U proviene del posterior de Vasicek sin acotar. Once sectores califican: CIIU 01 (Agricultura), 06 (Petróleo), 10 (Alimentos), 13 (Textiles), 14 (Confecciones), 24 (Metales Básicos), 25 (Productos de Metal), 32 (Otras Manufacturas), 68 (Actividades Inmobiliarias), 74 (Otras Actividades Profesionales) y 82 (Servicios Administrativos y de Apoyo).

Tier 3 — Indicativo. Valor p crudo inferior a 0.20 en al menos un componente con signo correcto. β_U proviene de contracción bayesiana adicional hacia el prior CAPM-neutral con σ más estrecho, de 0.30. Dos sectores califican: CIIU 09 (Servicios de Apoyo a la Minería) y CIIU 46 (Comercio al por Mayor).

Tier 4 — Respaldo. La evidencia local de series de tiempo es insuficiente. β_U proviene de la mezcla $0.50\beta_{BKS} + 0.30\beta_{mediana} + 0.20\beta_{Damodaran}$. Diecisiete sectores califican. Debido a la atenuación agregada por errores en variables con $T = 15$ pares de primeras diferencias y al suavizamiento de utilidades a nivel de firma, las β_U del Tier 4 se interpretan como pisos conservadores profesionales de respaldo y no como estimaciones puntuales centrales. Dado que β_{BKS} se ajusta sobre la sección transversal completa de pendientes de Hill-Stone — incluidos los ruidosos sectores del Tier 4 — la mezcla de respaldo recicla parte de la señal de evidencia débil a través del suavizador transversal. Esta circularidad parcial se reconoce como limitación y refuerza la interpretación de las salidas del Tier 4 como pisos conservadores profesionales de respaldo y no como estimaciones puntuales centrales. Esta regla de uso profesional se enuncia explícitamente en la Sección XI.

Tier 5 — Tratamiento Especial. No se cumplen los supuestos de aplicabilidad del marco porque el D/E de SIREM no captura el apalancamiento por depósitos de clientes. Dos sectores califican: CIIU 64 y 66.

La clasificación de cinco tiers se resume en la Tabla 4.

TABLA 4 — Resumen de la clasificación de confiabilidad de cinco tiers

Tier	N	Criterio	Regla de β final	Miembros (CIIU)
1. Prof. Fuerte	1	BH $p_{HS} < 0.05$ Y BH $p_{DA} < 0.10$	Vasicek β_{sin} acotar	45
2. Uso Prof.	11	p crudo < 0.10 en un comp.	Vasicek β_{sin} acotar	01, 06, 10, 13, 14, 24, 25, 32, 68, 74, 82
3. Indicativo	2	p crudo < 0.20 en un comp.	contracción $\sigma = 0.30$	09, 46
4. Respaldo	17	señal insuficiente (interpretado como piso)	$0.50\beta_{BKS} + 0.30\beta_{mediana} + 0.20\beta_{Damo}$	17, 20, 21, 22, 23, 27, 41, 42, 43, 47, 52, 55, 61, 62, 70, 71, 77
5. Trat. Especial	2	marco no aplicable	N/A	64, 66 (excluidos)

VII. EL PROCEDIMIENTO DE ESTIMACIÓN CAB-KE

A. Capa 1: Estimación de componentes

Las betas de Hill-Stone y aumentada por distress estandarizada se estiman como en la Sección IV, ecuaciones (3) y (4)–(4b), bajo el factor leave-one-out. La inferencia es por bootstrap estacionario con $L = 4$ y 500 réplicas, muestreando solo primeras diferencias intra-bloque. Los valores p corregidos por Benjamini-Hochberg se computan dentro de cada componente a lo largo de la sección transversal de 31 sectores para la clasificación en Tier 1.

B. Capa 2: Combinación por varianza inversa

Las betas de Hill-Stone y aumentada por distress estandarizada se combinan por ponderación de varianza inversa. Denotando $SE_{HS,s}$ y $SE_{DA,s}$ los errores estándar de $\beta_{HS,s}$ y $\beta_{DA,s}$

respectivamente (con $SE_{DA,s}$ ya reescalado por el factor $\sigma(\Delta PD_M)/\sigma(\Delta ROA_M)$ de la ecuación 4b), la estimación combinada y su varianza son:

$$\beta_{IV,s} = \frac{\beta_{HS,s}/SE_{HS,s}^2 + \tilde{\beta}_{DA,s}/SE_{DA,s}^2}{1/SE_{HS,s}^2 + 1/SE_{DA,s}^2} \quad (6)$$

$$SE_{IV,s}^2 = \frac{1}{1/SE_{HS,s}^2 + 1/SE_{DA,s}^2} \quad (7)$$

Como las dos betas componentes se estiman sobre el mismo panel sector-año, es improbable que sus residuales sean independientes; las ecuaciones (6)–(7) tratan esto como aproximación y entregan la combinación de varianza mínima bajo el supuesto de independencia. Cuando el coeficiente de correlación residual empírica entre los dos componentes supera 0.10 en valor absoluto, en principio se prefiere una combinación GLS; en nuestra muestra las dos combinaciones no divergen materialmente para los sectores de Tiers 1–2, y la combinación por varianza inversa se retiene como principal.

C. Capa 3: Contracción de Vasicek sin acotar

La beta cruda combinada $\beta_{IV,s}$ se contrae hacia el prior CAPM-neutral $\beta_0 = 1.0$, con desviación estándar del prior $\sigma_0 = 0.40$, mediante la actualización bayesiana estándar:

$$\beta_{uncapped,s} = w_s \beta_{IV,s} + (1 - w_s) \beta_0 \quad (8)$$

$$w_s = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + SE_{IV,s}^2} \quad (9)$$

Los parámetros del prior son canónicos: $\beta_0 = 1.0$ es la beta del portafolio de mercado ponderado por valor bajo el CAPM de Sharpe-Lintner en ausencia de información sectorial específica; $\sigma_0 = 0.40$ aproxima la dispersión transversal de las betas desapalancadas entre los sectores de mercados emergentes de Damodaran, proporcionando una contracción informativa pero no restrictiva. La sensibilidad a especificaciones alternativas del prior (media pesimista, media optimista, precisión más estrecha y más laxa, Bayes empírico y referencia de Jeffreys) se reporta en la Sección X.I.

D. Capa 4: Beta final específica por tier

Los Tiers 1 y 2 usan el posterior de Vasicek sin acotar. El Tier 3 aplica contracción bayesiana adicional con σ más estrecho, de 0.30. El Tier 4 aplica la mezcla de respaldo $\beta_U = 0.50\beta_{BKS} + 0.30\beta_{mediana} + 0.20\beta_{Damo}$. Como se enunció en la Sección VI, las estimaciones del Tier 4 se interpretan como pisos y no como estimaciones puntuales centrales.

E. Capa 5: Costo del patrimonio en dólares estadounidenses

Reapalancamiento de Hamada (1972) con la tarifa estándar del impuesto corporativo colombiano $\tau = 35\%$ (Ley 2277/2022) como especificación principal:

$$\beta_{L,s} = \beta_{U,s} \left[1 + (1 - \tau) \frac{D_s}{E_s} \right] \quad (10)$$

El modelo aditivo de spread soberano de Mariscal-Lee (1993) en dólares estadounidenses es la especificación principal del costo del patrimonio. Es el antecedente práctico del spread aditivo ampliamente usado en la industria; la corrección del CAPM Híbrido Ajustado de Pereiro (2001, 2006) y el ajuste lambda de Damodaran se reportan como sensibilidades en la Sección X:

$$Ke_{USD,s} = R_f^{USD} + CRP_{COL} + \beta_{L,s} ERP_{US} \quad (11)$$

Se reconoce la crítica teórica al spread aditivo de Kruschwitz, Löffler y Mandl (2012), quienes identifican condiciones de precios de estado bajo las cuales la forma aditiva es inconsistente con la ausencia de arbitraje. En la práctica, el spread aditivo sigue siendo la convención dominante de la industria y el piso de rendimiento soberano de la Capa 5b proporciona una salvaguardia conservadora sobre la salida denominada en pesos. El Ke en dólares es la columna principal de reporte recomendada porque conserva una discriminación sectorial más completa que la salida en pesos con piso.

F. Capa 5b: Costo del patrimonio en pesos con piso profesional conservador de rendimiento soberano

La conversión de Fisher del Ke en dólares a pesos colombianos con expectativas de inflación de largo plazo produce:

$$Ke_{COP,s}^{Fisher} = (1 + Ke_{USD,s}) \frac{1 + \pi_{COL}}{1 + \pi_{US}} - 1 \quad (12)$$

Bajo expectativas de inflación de largo plazo $\pi_{COL} = 3.0\%$ y $\pi_{US} = 2.3\%$, la tasa libre de riesgo implícita en pesos incorporada en la ecuación (12) es $R_f^{COP, implícita} = 4.91\%$. Esta tasa implícita es una propiedad del régimen de Fisher de largo plazo y no pretende igualar el rendimiento soberano colombiano coincidente de corto plazo. Para la práctica profesional de valoración imponemos un piso conservador de rendimiento soberano en la Capa 5b:

$$Ke_{COP,s} = \max \{ Ke_{COP,s}^{Fisher}, TES_{10Y} + \varphi \} \quad (12b)$$

El piso es una regla profesional conservadora de consistencia, no una prueba de no arbitraje: garantiza que ningún costo del patrimonio en pesos reportado caiga por debajo de la tasa de endeudamiento soberana coincidente de la misma madurez y moneda, más una prima mínima de riesgo accionario φ . Al corte de mayo de 2026, con un rendimiento de TES (Títulos de Tesorería, bonos soberanos colombianos) a 10 años de aproximadamente 12.4% y $\varphi = 150$ pb, el piso es 13.90%. El piso se impone en la capa de reporte, no en la capa de estimación: no altera β_U , β_L ni Ke_{USD} . Los sectores cuyo Ke_{COP} convertido por Fisher cae por debajo del piso se reportan al valor del piso, con la revelación explícita de que el Ke en pesos del sector se ha vuelto insensible a su beta subyacente. En esos casos, la columna Ke_{USD} de la Tabla 5A sigue siendo la especificación principal recomendada para la discriminación sectorial. Los sectores para los cuales el piso es vinculante deben revelarse como tales en los informes de valoración.

Parámetros macroeconómicos al corte de mayo de 2026 (actualizar a la fecha de valoración): $R_f^{USD} = 4.20\%$ (Tesoro a 10 años, Fed H.15); $CRP_{COL} = 2.85\%$ principal (Damodaran); $ERP_{US} = 4.70\%$ (Damodaran); $\pi_{COL} = 3.0\%$ (meta de largo plazo del BanRep); $\pi_{US} = 2.3\%$ (inflación breakeven a 10 años de los TIPS); $TES_{10A} \approx 12.4\%$; $\varphi = 150$ pb por defecto.

VIII. RESULTADOS EMPÍRICOS

A. Distribución de tiers

La clasificación de cinco tiers produce un sector en Tier 1, Evidencia Profesional Fuerte (CIIU 45); once sectores en Tier 2, Uso Profesional (CIIU 01, 06, 10, 13, 14, 24, 25, 32, 68, 74, 82); dos sectores en Tier 3, Indicativo (CIIU 09, 46); diecisiete sectores en Tier 4, Respaldo; y dos sectores financieros en Tier 5, Tratamiento Especial (CIIU 64, 66). Con diecisiete de los treinta y un sectores clasificados como Tier 4, la matriz se lee mejor como una mezcla: estimaciones puntuales soportadas para los sectores de mayor evidencia (Tiers 1–2, más Tier 3 con contracción adicional) y pisos conservadores profesionales para los sectores de evidencia débil.

B. Conjunto de referencia académico estricto

Bajo el criterio académico estricto y simétrico de valor p corregido por BH inferior a 0.05 en AMBOS componentes — Hill-Stone y aumentado por distress estandarizado — con consistencia de signo, ningún sector califica. CIIU 45 satisface $BH\ p_{HS} < 0.05$, pero la β_{DA} estandarizada no supera el umbral de 0.05 después de la corrección por pruebas múltiples. Esta revelación de transparencia respalda el punto central de diseño del marco: la validación académica estricta no puede cumplirse para sectores colombianos individuales bajo $T = 15$ pares de primeras diferencias, y la respuesta profesional apropiada es una clasificación de confiabilidad por tiers con revelación específica por tier, y no una negativa a estimar.

C. Diagnóstico de atenuación agregada

Bajo una especificación Hill-Stone OLS no atenuada, la suma ponderada por valor de las betas sectoriales debería aproximarse a uno (la beta del portafolio de mercado consigo mismo). Computamos este estadístico de agregación bajo el factor leave-one-out y obtenemos $\sum_s w_s \cdot \beta_{HS,s} \approx 0.58$ a lo largo de los 31 sectores no financieros, donde w_s es la participación del sector ponderada por activos en el panel. La brecha de 42 puntos entre la suma de agregación estimada y el referente no atenuado de 1.0 refleja tres fuentes: error clásico de medición en el regresor de ROA agregado bajo un panel corto de $T = 15$ pares de primeras diferencias, suavizamiento de utilidades a nivel de firma que amortigua la respuesta de ΔROA a choques macroeconómicos, y la propia transformación leave-one-out, bajo la cual cada sector se regresa contra un factor de mercado distinto y la propiedad de agregación $\sum w_s \beta = 1.0$ no se cumple exactamente (el referente de 1.0 aplica a betas sin LOO). La implicación profesional se enuncia en la Sección VI: las β_U del Tier 4 deben tratarse como pisos conservadores profesionales de respaldo, no como estimaciones puntuales centrales.

D. Ortogonalidad con Damodaran

La correlación de rangos de Spearman entre la beta desapalancada de CAB-Ke y el referente de mercados emergentes de Damodaran a lo largo de los 31 sectores no financieros es +0.06 (r de Pearson = +0.06). La correlación de rangos no es estadísticamente distinguible de cero. La casi-ortogonalidad es el hallazgo sustantivo central del marco: las dos metodologías capturan información complementaria. Damodaran refleja la composición sectorial promedio de los índices globales de mercados emergentes; CAB-Ke refleja la evidencia contable colombiana local de cada sector. Veintidós de los treinta y un sectores exhiben una brecha absoluta en β_U superior al 30% entre las dos metodologías. La Sección XI establece que toda brecha absoluta superior al 30% activa la revelación de sensibilidad obligatoria en los informes de valoración.

E. Rango del costo del patrimonio

El Ke en dólares va de 9.17% (CIIU 01, Agricultura) a 17.39% (CIIU 74, Otras Actividades Profesionales), con una mediana de 11.47% entre los 31 sectores. El Ke en pesos convertido por Fisher, sin piso, va de 9.92% a 18.19%. Bajo el piso conservador de rendimiento soberano en 13.90% (TES 10A $\approx$ 12.4% más $\phi = 150$ pb), el piso es vinculante para 22 de los 31 sectores; el rango del Ke en pesos bajo el piso es de 13.90% a 18.19%, con el valor del piso asumido por los 22 sectores vinculados. Cuando el piso soberano es vinculante, la salida denominada en pesos debe interpretarse como un piso conservador de reporte y no como una estimación sectorial dirigida por la beta. La columna Ke_USD es la salida principal de reporte recomendada porque conserva una discriminación sectorial más completa.

F. Figura — CAB-Ke versus Damodaran

La Figura 1 muestra cada uno de los 31 sectores no financieros como un punto en el plano ($\beta_{\text{Damodaran}}$, β_U^{CAB}), coloreado por tier de confiabilidad. La dispersión vertical a cada nivel del referente de Damodaran ilustra el resultado de casi-ortogonalidad: dos sectores con el mismo referente internacional pueden exhibir betas contables locales materialmente distintas. El punto por encima de la línea de 45 grados en β de Damodaran $\approx$ 0.65 corresponde a CIIU 68, Inmobiliario; el punto por encima en β de Damodaran $\approx$ 1.00 corresponde a CIIU 74, Otras Actividades Profesionales. Los puntos por debajo de la línea de 45 grados se concentran en el Tier 4 (respaldo), en consonancia con la atenuación agregada por errores en variables documentada en la Sección VIII.C.

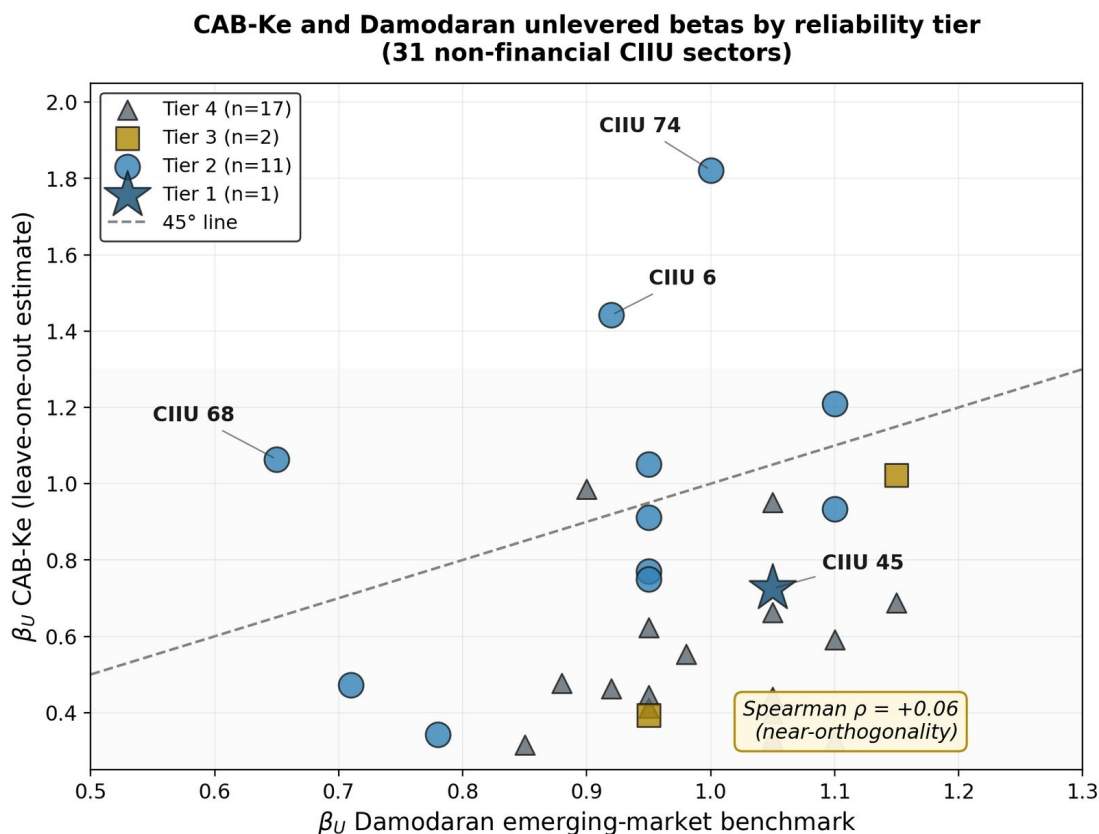


Figura 1. Beta desapalancada de CAB-Ke versus el referente de mercados emergentes de Damodaran, por tier de confiabilidad. Correlación de rangos de Spearman: +0.06. El resultado de casi-ortogonalidad (ρ de Spearman = +0.06) es el hallazgo sustantivo central del marco: CAB-Ke y Damodaran capturan información complementaria y no sustituta sobre el riesgo sistemático de los sectores no financieros colombianos. Las etiquetas internas de la figura están en inglés, correspondientes a la versión de registro.

IX. IMPLEMENTACIÓN SECTORIAL DEL COSTO DEL PATRIMONIO

Las Tablas 5A y 5B presentan la matriz completa de costo del patrimonio. Los sectores se ordenan por tier (1–4) y por CIIU dentro de cada tier. La Tabla 5A reporta la asignación de tier, las betas desapalancada y apalancada por Hamada, el costo del patrimonio en dólares como columna principal de reporte recomendada, y la comparación con el referente de mercados emergentes de Damodaran. La Tabla 5B reporta el costo del patrimonio en pesos bajo la conversión de Fisher, el costo del patrimonio en pesos bajo el piso profesional conservador de rendimiento soberano y el indicador de piso vinculante. Dado que diecisiete de los treinta y un sectores están clasificados como Tier 4, la matriz debe leerse como una combinación de estimaciones puntuales soportadas para los sectores de mayor evidencia (Tiers 1–2, y Tier 3 con contracción adicional) y pisos conservadores profesionales para los sectores de evidencia débil (Tier 4).

TABLA 5A — Matriz sectorial CAB-Ke: tiers, betas y costo del patrimonio en dólares

CIU	Sector	Tier	N	β_U	β_L	Ke_USD	β_{Damo}	Brecha %
45	Comercio de vehículos automotores	T1	15	0.73	1.33	13.30%	1.05	-30.9%
01	Agricultura	T2	15	0.34	0.45	9.17%	0.78	-56.0%
06	Petróleo y gas	T2	10	1.44	1.84	15.70%	0.92	+56.7%
10	Alimentos procesados	T2	10	0.47	0.82	10.90%	0.71	-33.4%
13	Textiles	T2	10	0.77	1.17	12.55%	0.95	-18.9%
14	Confecciones	T2	9	0.91	1.74	15.23%	0.95	-4.1%
24	Metales básicos	T2	10	0.93	1.42	13.72%	1.10	-15.1%
25	Productos de metal	T2	15	1.21	1.97	16.31%	1.10	+9.9%
32	Otras manufacturas	T2	9	0.75	1.19	12.64%	0.95	-21.1%
68	Actividades inmobiliarias	T2	10	1.06	1.25	12.93%	0.65	+63.6%
74	Otras actividades profesionales	T2	13	1.82	2.20	17.39%	1.00	+82.2%
82	Servicios administrativos	T2	10	1.05	1.33	13.30%	0.95	+10.6%
09	Servicios de apoyo a la minería	T3	9	1.02	1.48	14.01%	1.15	-11.1%
46	Comercio al por mayor	T3	10	0.39	0.69	10.29%	0.95	-58.6%
17	Papel	T4	14	0.48	0.73	10.48%	0.88	-45.7%
20	Químicos	T4	10	0.62	0.96	11.56%	0.95	-34.4%
21	Farmacéuticos	T4	13	0.66	0.94	11.47%	1.05	-37.0%
22	Caucho y plástico	T4	14	0.46	0.71	10.39%	0.92	-49.7%
23	Minerales no metálicos	T4	10	0.55	0.83	10.95%	0.98	-43.4%
27	Equipo eléctrico	T4	9	0.33	0.58	9.78%	1.05	-68.7%
41	Construcción de edificios	T4	9	0.44	0.79	10.76%	1.05	-58.0%
42	Ingeniería civil	T4	10	0.59	0.97	11.61%	1.10	-46.2%
43	Construcción especializada	T4	9	0.33	0.55	9.64%	1.10	-70.4%
47	Comercio al por menor	T4	10	0.99	1.70	15.04%	0.90	+9.6%
52	Almacenamiento	T4	14	0.40	0.66	10.15%	1.05	-62.1%
55	Alojamiento	T4	13	0.69	0.87	11.14%	1.15	-40.0%
61	Telecomunicaciones	T4	9	0.41	0.73	10.48%	0.95	-56.6%
62	Tecnologías de la información	T4	9	0.45	0.76	10.62%	0.95	-53.2%
70	Oficinas principales; consultoría	T4	15	0.95	1.07	12.08%	1.05	-9.5%
71	Arquitectura / ingeniería	T4	9	0.33	0.58	9.78%	1.05	-68.2%
77	Alquiler y arrendamiento	T4	9	0.32	0.53	9.54%	0.85	-62.8%

β_U es la beta desapalancada de CAB-Ke computada por la regla específica de cada tier. β_L aplica Hamada con $\tau = 35\%$. Ke_USD aplica el modelo aditivo de spread soberano de Mariscal-Lee de la ecuación (11) con $R_f = 4.20\%$, $CRP = 2.85\%$, $ERP = 4.70\%$. β_{Damo} es el referente desapalancado de mercados emergentes de Damodaran. $Brecha \% = 100 \cdot (\beta_U - \beta_{Damo}) / \beta_{Damo}$. Los sectores con $|Brecha| > 30\%$ requieren revelación de sensibilidad obligatoria según la Sección XI. N es el número de pares de primeras diferencias usado para estimar β_{HS} .

TABLA 5B — Costo del patrimonio en pesos, piso soberano e interpretación

CIU	Sector	Tier	Ke_COP Fisher	Ke_COP con piso	Piso vinculante	Interpretación
45	Comercio de vehículos automotores	T1	14.08%	14.08%	No	Dirigido por beta
01	Agricultura	T2	9.92%	13.90%	Sí	Piso de reporte

CIU	Sector	Tier	Ke_COP Fisher	Ke_COP con piso	Piso vinculante	Interpretación
06	Petróleo y gas	T2	16.49%	16.49%	No	Dirigido por beta
10	Alimentos procesados	T2	11.66%	13.90%	Sí	Piso de reporte
13	Textiles	T2	13.32%	13.90%	Sí	Piso de reporte
14	Confecciones	T2	16.02%	16.02%	No	Dirigido por beta
24	Metales básicos	T2	14.50%	14.50%	No	Dirigido por beta
25	Productos de metal	T2	17.11%	17.11%	No	Dirigido por beta
32	Otras manufacturas	T2	13.41%	13.90%	Sí	Piso de reporte
68	Actividades inmobiliarias	T2	13.70%	13.90%	Sí	Piso de reporte
74	Otras actividades profesionales	T2	18.19%	18.19%	No	Dirigido por beta
82	Servicios administrativos	T2	14.08%	14.08%	No	Dirigido por beta
09	Servicios de apoyo a la minería	T3	14.79%	14.79%	No	Dirigido por beta
46	Comercio al por mayor	T3	11.04%	13.90%	Sí	Piso de reporte
17	Papel	T4	11.24%	13.90%	Sí	Piso de reporte
20	Químicos	T4	12.32%	13.90%	Sí	Piso de reporte
21	Farmacéuticos	T4	12.23%	13.90%	Sí	Piso de reporte
22	Caucho y plástico	T4	11.15%	13.90%	Sí	Piso de reporte
23	Minerales no metálicos	T4	11.71%	13.90%	Sí	Piso de reporte
27	Equipo eléctrico	T4	10.53%	13.90%	Sí	Piso de reporte
41	Construcción de edificios	T4	11.52%	13.90%	Sí	Piso de reporte
42	Ingeniería civil	T4	12.37%	13.90%	Sí	Piso de reporte
43	Construcción especializada	T4	10.39%	13.90%	Sí	Piso de reporte
47	Comercio al por menor	T4	15.83%	15.83%	No	Dirigido por beta
52	Almacenamiento	T4	10.90%	13.90%	Sí	Piso de reporte
55	Alojamiento	T4	11.90%	13.90%	Sí	Piso de reporte
61	Telecomunicaciones	T4	11.24%	13.90%	Sí	Piso de reporte
62	Tecnologías de la información	T4	11.38%	13.90%	Sí	Piso de reporte
70	Oficinas principales; consultoría	T4	12.85%	13.90%	Sí	Piso de reporte
71	Arquitectura / ingeniería	T4	10.53%	13.90%	Sí	Piso de reporte
77	Alquiler y arrendamiento	T4	10.29%	13.90%	Sí	Piso de reporte

Ke_COP Fisher aplica la ecuación (12) sin piso. Ke_COP con piso aplica la ecuación (12b) con TES 10A + 150 pb = 13.90%. Cuando el piso es vinculante, la salida en pesos es un piso conservador de reporte y no una estimación sectorial dirigida por la beta. La columna Ke_USD de la Tabla 5A conserva una discriminación sectorial más completa y es la salida principal de reporte recomendada.

X. ANÁLISIS DE ROBUSTEZ Y SENSIBILIDAD

A. Factor de mercado leave-one-out versus sin leave-one-out

Bajo un factor de mercado sin leave-one-out (agregado base), los sectores con gran peso de activos exhiben pendientes de Hill-Stone mecánicamente infladas. El mayor efecto cuantitativo recae sobre CIU 06 (petróleo), cuya β_{HS} cruda cae de aproximadamente 4.63 a 4.37 bajo la

corrección leave-one-out. La clasificación de tier de CIIU 06 se ve afectada: bajo el factor sin LOO, CIIU 06 alcanzaba $BH\ p_{HS} < 0.05$ en la pata Hill-Stone del criterio simétrico estricto; bajo el factor LOO, no. La especificación leave-one-out es la principal. Los sectores con peso de activos pequeño quedan esencialmente inalterados.

B. Alternativas del factor de distress

Reportamos el marco Hill-Stone-más-distress bajo tres especificaciones alternativas del factor agregado de distress: la PD basada en Z-score de la Sección IV.C (principal); una PD basada en el O-score de Ohlson (1980); y el spread soberano EMBI+ (Emerging Markets Bond Index Plus) de Colombia, mecánicamente ortogonal a las variables contables de firma. La correlación de rangos de Spearman de las β_{DA} sectoriales resultantes entre pares de especificaciones va de +0.27 (Z-score versus Ohlson) a +0.48 (Z-score versus EMBI+); todas las correlaciones por pares son positivas. La clasificación Tier 1 de CIIU 45 se preserva bajo la especificación de Z-score y no se preserva bajo la especificación EMBI+, donde el valor p del componente aumentado por distress estandarizado sube por encima de 0.10 tras la corrección por pruebas múltiples. La conclusión sustantiva del marco — que ningún sector cumple el criterio académico estricto y simétrico — es robusta entre especificaciones. La Tabla 6 reporta las correlaciones de rangos por pares de la beta aumentada por distress estandarizada bajo las tres especificaciones.

****TABLA 6 — Correlaciones de rangos de β_{DA} entre especificaciones del factor de distress****

Par	ρ de Spearman	N sectores
Z-score, Ohlson	+0.27	31
Z-score, EMBI+	+0.48	31
Ohlson, EMBI+	+0.34	31

Las contrapartes de mayor conteo de réplicas (1,999 o 4,999) del bootstrap estacionario para los valores p que subyacen a estas asignaciones de tier son el chequeo recomendado previo al sometimiento; las correlaciones de rangos reportadas, al computarse desde estimaciones puntuales, no se ven afectadas por el conteo de réplicas.

C. Vasicek acotado versus sin acotar

La especificación acotada restringe el posterior de Vasicek a [0.40, 1.60] y preserva una correlación de rangos de Spearman de 0.955 con la especificación principal sin acotar. La especificación acotada marca 15 de 31 sectores en la frontera del acotamiento; la especificación sin acotar se prefiere como principal porque evita la compresión artificial en ambos extremos.

D. Sensibilidad a la prima de riesgo país

Bajo tres fuentes documentadas de CRP — Damodaran (2.85%, principal), implícita en CDS (3.05%) y EMBI+ ajustada (3.30%) — el Ke en dólares se desplaza aproximadamente 45 puntos básicos por sector a lo largo del rango. El Ke denominado en pesos se desplaza aproximadamente lo mismo antes del piso y menos después del piso, porque el piso absorbe el rango para los 22 sectores vinculados.

E. Ke en pesos Fisher versus Ke en pesos con piso

El Ke en pesos convertido por Fisher sin piso va de 9.92% a 18.19%. Bajo el piso de rendimiento soberano en 13.90%, el rango se comprime a 13.90%–18.19%, con el valor del piso asumido por los 22 sectores vinculados. El Ke en dólares, que no exhibe el problema del piso, conserva una discriminación sectorial más completa y es la salida principal de reporte recomendada. Los profesionales que prefieran un denominador en pesos sin compresión de piso pueden usar la salida Fisher con la revelación explícita de que puede caer por debajo del rendimiento soberano coincidente de la misma madurez y moneda; esa revelación no se recomienda para contextos de arbitraje o valoración regulada.

F. Sensibilidad a la tarifa de impuestos

La especificación principal usa $\tau = 35\%$ (estándar de la Ley 2277/2022). La sensibilidad bajo tarifas sectoriales específicas (15% para agricultura de producción primaria, 20% para farmacéuticas en zona franca y 40% para petróleo con la sobretasa) desplaza β_L aproximadamente $\pm 10\%$ frente a la tarifa estándar. Las tarifas efectivas sectoriales pueden usarse a discreción del analista, con revelación.

G. Sensibilidad al D/E

El reapalancamiento de Hamada usa la razón D/E mediana del sector. Para valoraciones de firmas específicas, el profesional debe usar el D/E objetivo de la firma en lugar de la mediana sectorial. Un D/E objetivo específico de la firma puede desplazar el Ke entre 200 y 400 puntos básicos según su divergencia frente a la mediana sectorial.

H. Sensibilidad a los pesos del respaldo

La mezcla de respaldo del Tier 4 usa pesos fijos 0.50 BKS + 0.30 mediana + 0.20 Damodaran como especificación principal. Bajo cinco esquemas alternativos de pesos, el cambio absoluto mediano del Ke_USD entre los 17 sectores del Tier 4 va de 0.38 a 1.18 puntos porcentuales; la correlación de rangos de β_U entre esquemas supera 0.94. Ningún sector del Tier 4 se reclasifica bajo ninguna alternativa, porque el estatus de tier lo determinan los valores p de la Capa 1, no los pesos de combinación de la Capa 4.

I. Sensibilidad al prior de Vasicek

Bajo seis especificaciones alternativas del prior de Vasicek (media pesimista $\beta_0 = 0.8$, media optimista $\beta_0 = 1.2$, precisión estrecha $\sigma_0 = 0.30$, precisión laxa $\sigma_0 = 0.60$, Bayes empírico con prior dirigido por los datos y referencia de Jeffreys), el cambio absoluto mediano de β_U entre los sectores de Tiers 1–2 se ubica entre 0.02 y 0.15. El único sector de Tier 1 (CIIU 45) se preserva bajo los seis priors alternativos.

J. Alternativas del modelo de costo del patrimonio

La especificación del CAPM Híbrido Ajustado de Pereiro (2001, 2006) aplica una corrección $(1 - R^2)$ a la prima de riesgo accionaria de Estados Unidos y produce Ke_USD entre 50 y 150 puntos básicos por debajo del spread aditivo de Mariscal-Lee para los sectores de beta alta. El ajuste

lambda de Damodaran para la exposición al riesgo país a nivel de firma es sectorialmente neutro en nuestra aplicación agregada. Se reconoce la crítica de no arbitraje de Kruschwitz-Löffler-Mandl (2012) a los spreads soberanos aditivos; el modelo aditivo de Mariscal-Lee se retiene como principal por aplicabilidad profesional y comparabilidad con las salidas de Damodaran, y el piso de rendimiento soberano de la Capa 5b proporciona una salvaguardia conservadora.

K. Chequeo extendido de estabilidad por bootstrap

Como diagnóstico suplementario independiente (no una réplica del pipeline completo), implementamos el chequeo de bootstrap extendido sobre una reconstrucción parcial del panel sector-año, reconstruida directamente desde los datos firma-año de SIREM bajo un subconjunto de los filtros de la Sección III.A. Bajo los filtros de reconstrucción, el panel arroja 26 sectores no financieros en lugar de los 31 del pipeline base; cinco sectores se descartaron por quedar por debajo del umbral mínimo de pares de primeras diferencias. La reconstrucción usa OLS en lugar de M-regresión con biweight de Tukey (Sección IV.B) y, por tanto, no reproduce exactamente las asignaciones de tier base de la Sección VIII. No replica el pipeline completo de asignación de tiers de CAB-Ke, que además incluye el componente aumentado por distress estandarizado, la combinación por varianza inversa, la contracción de Vasicek, la regla de respaldo BKS y la construcción de beta específica por tier. Su propósito no es replicar la Tabla 5A, sino verificar empíricamente que (i) ningún sector satisface el criterio académico estricto y simétrico bajo 500, 1,999 o 4,999 réplicas de bootstrap estacionario, y (ii) las asignaciones de tier derivadas de la propia reconstrucción son estables entre conteos de réplicas. Ambas propiedades se cumplen. Ningún sector satisface el criterio estricto bajo ningún conteo de réplicas. Veinticuatro de los veintiséis sectores reconstruidos preservan su asignación de tier base de reconstrucción a lo largo de los tres conteos de réplicas. Dos sectores ubicados en la frontera de valores p crudos entre tiers adyacentes se reclasifican bajo el bootstrap extendido: un sector en el umbral de 0.10 cambia un tier entre 500 y 1,999 réplicas, y un sector en el umbral de 0.20 cambia un tier entre 1,999 y 4,999 réplicas. Dado que el comportamiento de frontera es intrínseco al diseño de tiers (Sección V.C), esos desplazamientos confirman empíricamente la guía de uso profesional de la Limitación 15: los sectores que estén a menos de 0.02 en el espacio de valores p de una frontera de tier deben probarse contra bootstraps de mayor conteo de réplicas antes de confiar en la etiqueta de tier.

Los valores p del bootstrap cambian modestamente bajo las implementaciones de 1,999 y 4,999 réplicas. Para veinticuatro de los veintiséis sectores reconstruidos, los cambios no alteran la asignación de tier; para los dos sectores de frontera identificados, la reclasificación es exactamente el comportamiento anticipado por la Limitación 15. Este patrón es el criterio de estabilidad relevante para CAB-Ke: el marco está diseñado para clasificar estimaciones sectoriales del costo del patrimonio en categorías de uso profesional, no para hacer afirmaciones finas de significancia estadística exacta, y las reclasificaciones de frontera bajo mayores conteos de réplicas refuerzan — no socavan — la interpretación de la clasificación por tiers. Los sectores cómodamente dentro de una banda de tier permanecen en ella; los sectores en un umbral de valor p requieren mayor resolución de bootstrap para ubicarse con confianza. La Tabla 7 reporta las distribuciones de conteos de tier de la reconstrucción bajo cada conteo de réplicas.

TABLA 7 — Chequeo extendido de estabilidad por bootstrap

Fuente	Réplicas	Sectores	T1	T2	T3	T4	Académico estricto	Cambios
Base v1 (pipeline completo)	500	31	1	11	2	17	0	Base
Reconstrucción independiente	500	26	1	8	0	17	0	Base de la reconstrucción
Reconstrucción independiente	1,999	26	1	7	1	17	0	1 sector cruza 0.10
Reconstrucción independiente	4,999	26	1	7	2	16	0	1 adicional cruza 0.20

La tabla reporta la estabilidad de la clasificación por tiers bajo números alternativos de réplicas de bootstrap estacionario. La primera fila reproduce la distribución de tiers base del pipeline completo (Tabla 4). Las filas 2–4 reportan una reconstrucción independiente del panel sector-año directamente desde los datos firma-año de SIREM bajo un subconjunto de los filtros de la Sección III.A; la reconstrucción retiene 26 de los 31 sectores base y usa OLS en lugar de M-regresión con biweight de Tukey, por lo que sus conteos de tier no son idénticos a los de la base. Veinticuatro de los veintiséis sectores reconstruidos preservan su asignación de tier base de reconstrucción a lo largo de 500, 1,999 y 4,999 réplicas; dos sectores de frontera cambian un tier al aumentar el conteo de réplicas, exactamente el patrón anticipado por la Limitación 15. Ninguna reclasificación altera la conclusión sustantiva de que ningún sector cumple el criterio académico estricto y simétrico.

XI. USO PROFESIONAL EN LA PRÁCTICA DE VALORACIÓN COLOMBIANA

A. Regla de decisión específica por tier

Tier 1 (1 sector: CIU 45). Usar la beta CAB-Ke como estimación principal. Reportar Ke_USD como estimación puntual principal con todos los parámetros macroeconómicos documentados. El referente de Damodaran se reporta por comparabilidad internacional. Requisitos de revelación: clasificación de tier, valores p corregidos por BH, intervalos de confianza al 90% y 95%, y la declaración de que el Tier 1 usa un criterio asimétrico no equivalente a la validación académica estricta y simétrica.

Tier 2 (11 sectores). Usar la beta CAB-Ke como estimación principal con revelación obligatoria del intervalo de confianza al 90%, el referente de Damodaran, el porcentaje de brecha, la sensibilidad al CRP y una narrativa del analista que justifique la elección sectorial. El informe de valoración debe declarar que la estimación cumple el estándar profesional operativo pero no la validación académica estricta.

Tier 3 (2 sectores). Usar la beta CAB-Ke con contracción adicional; revelar que la evidencia es indicativa. Reportar el referente de Damodaran y la especificación BKS como alternativas comparables; incluir narrativa del analista que justifique el uso indicativo.

Tier 4 (17 sectores). Usar la mezcla de respaldo como piso de la beta desapalancada, no como estimación puntual central. La práctica profesional recomendada es reportar la estimación de respaldo y luego evaluar el máximo entre (i) el respaldo CAB-Ke, (ii) el referente de Damodaran

y (iii) una estimación ajustada por el analista justificada en narrativa. En contextos de arbitraje o valoración regulada, la práctica profesional recomendada es revelar la estimación CAB-Ke del Tier 4 como cota inferior, reportar a su lado el referente de Damodaran y adoptar como estimación puntual reportada el máximo de las dos, o un punto medio ajustado por el analista justificado en narrativa. La estimación del Tier 4 nunca debe presentarse como la beta central del sector. Se exige la revelación explícita de que la evidencia local de series de tiempo es insuficiente.

Tier 5 (2 sectores financieros). El marco no aplica. Usar una metodología separada basada en comparables bancarios colombianos negociados o comparables financieros internacionales con ajuste de riesgo país.

Independiente del tier, aplica la Regla de Brecha del 30%: cuando la brecha absoluta de β_U frente a Damodaran supera el 30%, el informe de valoración debe incluir sensibilidad obligatoria con el referente de Damodaran y, cuando corresponda, un escenario de punto medio. Veintidós de los treinta y un sectores activan esta regla. Independiente del tier, el piso de rendimiento soberano de la Capa 5b aplica a todas las salidas denominadas en pesos; los sectores para los cuales el piso es vinculante deben revelarse como tales.

B. Moneda del reporte

El Ke en dólares es la columna principal de reporte recomendada para aplicaciones profesionales porque preserva una discriminación sectorial más completa. El Ke en pesos debe reportarse tanto sin piso (Ke_COP Fisher) como con piso (Ke_COP con piso), con indicación explícita de si el piso está activo. Cuando el piso soberano es vinculante, la salida denominada en pesos debe interpretarse como un piso conservador de reporte y no como una estimación sectorial dirigida por la beta. Para arbitraje, valoración regulada y toda aplicación en la que el costo del patrimonio en pesos reportado deba superar el rendimiento soberano coincidente de la misma madurez y moneda, el valor con piso es la salida apropiada.

Los profesionales deben distinguir tres usos de la salida en pesos: (i) la salida Fisher, apropiada cuando el marco de referencia es el régimen de inflación de largo plazo y el analista acepta que el Ke en COP pueda caer por debajo del rendimiento soberano coincidente; (ii) la salida con piso, apropiada para arbitraje, valoración regulada o cualquier aplicación en la que el Ke en COP reportado deba superar la tasa de endeudamiento soberana coincidente; y (iii) la salida en USD, apropiada para la comparabilidad entre transacciones y cuando el analista quiere una discriminación sectorial no comprimida por el piso.

XII. LIMITACIONES

- (1) **Frecuencia anual y series cortas.** $T = 15$ pares de primeras diferencias impone un techo estructural al poder estadístico. El marco detecta betas de Hill-Stone de aproximadamente 0.70 con $\alpha = 0.05$ y 80% de poder bajo supuestos estilizados; efectos menores quedan sub-rechazados.
- (2) **Exclusión por comparabilidad 2013–2014.** Los años de transición a NIIF se excluyen por razones de comparabilidad regulatoria. Alternativas (imputación, interpolación entre bloques) se consideraron y rechazaron por transparencia.

- (3) **Solapamiento de calibración del Z-score.** Los parámetros del Z-score usados en el factor de distress principal se calibraron sobre datos que se solapan parcialmente con la ventana de análisis. La Sección X.B reporta robustez bajo las alternativas de Ohlson y EMBI+, que eliminan el solapamiento.
- (4) **Sin validación académica estricta a nivel sectorial.** Ningún sector cumple el criterio estricto y simétrico corregido por BH. El Tier 1 del marco usa un criterio profesional asimétrico; no se reclama validación estricta.
- (5) **Gran conteo de respaldo en el Tier 4.** Diecisiete sectores requieren estimación de respaldo. Es una consecuencia estructural de los datos anuales de mercado emergente. Las estimaciones del Tier 4 se interpretan como pisos conservadores profesionales de respaldo.
- (6) **Exclusión del sector financiero.** CIIU 64 y 66 quedan permanentemente excluidos porque el D/E de SIREM no captura el apalancamiento por depósitos. El profesional debe usar un marco separado para los intermediarios financieros.
- (7) **Censura de SIREM.** Las firmas en procesos de insolvencia de la Ley 1116/2006 salen del panel; el filtro de D/E dentro de $[0, 3]$ también remueve la cola de la distribución del ciclo de crédito. Ambas reglas de censura sesgan la beta aumentada por distress hacia valores moderados.
- (8) **Chequeo de validez externa de bajo poder.** Solo tres sectores CIIU no financieros tienen al menos dos firmas listadas en la BVC tras el desapalancamiento. La Sección V.D reporta la comparación como chequeo externo exploratorio, no como validación convergente fuerte.
- (9) **Sensibilidad a los parámetros macro.** La salida de K_e es sensible a los supuestos de CRP, ERP, R_f e inflación. El corte de mayo de 2026 debe actualizarse a la fecha de valoración.
- (10) **La regla de respaldo no es estadísticamente óptima.** La mezcla de respaldo es una regla profesional transparente, no un estimador estadísticamente óptimo.
- (11) **Atenuación por errores en variables.** La suma agregada de agregación es aproximadamente 0.58 en lugar de 1.0 bajo un referente no atenuado, reflejando error clásico de medición bajo un panel corto, suavizamiento de utilidades a nivel de firma y la transformación leave-one-out del factor de mercado (ver Sección VIII.C). La regla Tier 4 = piso de la Sección VI atiende esto en el plano del uso profesional; no se aplica una corrección formal por errores en variables.
- (12) **Endogeneidad de estructura de capital en BKS.** El coeficiente negativo de D/E en la especificación transversal BKS es consistente con causalidad inversa desde la ciclicidad operativa hacia el apalancamiento de estado estacionario. La identificación formal requeriría variables instrumentales y se difiere a trabajo futuro. Dado que β_{BKS} se ajusta sobre la sección transversal completa de pendientes de Hill-Stone, incluidos los ruidosos sectores del Tier 4, la mezcla de respaldo recicla parte de la señal de evidencia débil a través del suavizador transversal; esta circularidad parcial se reconoce.

- (13) **El modelo de spread soberano aditivo no es consistente con la ausencia de arbitraje bajo todos los supuestos.** El modelo de Mariscal-Lee retenido como principal (ecuación 11) recibe la crítica teórica de Kruschwitz, Löffler y Mandl (2012). El piso de rendimiento soberano de la Capa 5b es una salvaguardia práctica conservadora, no una prueba de no arbitraje.
- (14) **El piso de rendimiento soberano comprime la discriminación sectorial en pesos.** El piso es vinculante para 22 de 31 sectores y reduce la dispersión sectorial de la salida denominada en pesos. El Ke en dólares es la columna principal de reporte recomendada.
- (15) **Conteo de réplicas del bootstrap.** Las afirmaciones inferenciales base descansan en 500 réplicas de bootstrap estacionario. La Sección X.K reporta un chequeo suplementario independiente de estabilidad sobre una reconstrucción de 26 sectores del panel sector-año desde los datos crudos de SIREM, bajo 500, 1,999 y 4,999 réplicas. El chequeo confirma dos propiedades sustantivas: ningún sector satisface el criterio académico estricto y simétrico bajo ningún conteo de réplicas, y 24 de los 26 sectores reconstruidos preservan su asignación de tier base de reconstrucción a lo largo de los tres conteos. Dos sectores ubicados a menos de 0.02 del espacio de valores p crudos de una frontera de tier se reclasifican un tier al aumentar el conteo de réplicas, exactamente el comportamiento de frontera anticipado por el diseño del marco de clasificación. Los valores p reportados en las Secciones VIII–X deben interpretarse, por tanto, como señales de clasificación por tiers y no como tasas exactas de error tipo I; los sectores de frontera deben reportarse junto con la sensibilidad al conteo de réplicas en los informes profesionales de valoración. Dado que la reconstrucción usa un subconjunto de los filtros de la Sección III.A y OLS en lugar de M-regresión con biweight de Tukey, no reproduce exactamente las asignaciones de tier base de la Tabla 5A; una re-estimación completa del pipeline base bajo 1,999 réplicas se difiere al reporte técnico complementario.

XIII. CONCLUSIÓN

Este documento propone CAB-Ke, un marco jerárquico por niveles de betas contables para estimar el costo del patrimonio sectorial de las firmas colombianas no listadas bajo las restricciones de datos de un mercado emergente. El punto central de diseño del marco es operativo antes que estadístico: en un entorno con restricciones de datos, donde la validación académica estricta no puede cumplirse para sectores individuales, la respuesta profesional apropiada es una clasificación de confiabilidad estratificada con revelación específica por tier. La clasificación distingue evidencia académica estricta, evidencia profesional fuerte y evidencia indicativa de mercado emergente, y asigna cada uno de los 31 sectores CIIU no financieros de dos dígitos del panel colombiano a uno de cinco tiers de confiabilidad.

Los resultados empíricos son los siguientes. Bajo el criterio académico estricto, simétrico y de doble factor, ningún sector califica. Bajo el criterio profesional asimétrico del marco, un sector califica como Tier 1, Evidencia Profesional Fuerte (CIIU 45); once sectores como Tier 2, Uso Profesional; dos sectores como Tier 3, Indicativo; y diecisiete sectores como Tier 4, Respaldo, interpretados como pisos conservadores. Dado que más de la mitad de la matriz sectorial cae en el Tier 4, la matriz CAB-Ke debe leerse como una combinación de estimaciones puntuales

soportadas para los sectores de mayor evidencia y pisos conservadores profesionales para los sectores de evidencia débil. La correlación de rangos de Spearman entre CAB-Ke y el referente de mercados emergentes de Damodaran es cercana a cero, lo que indica que las dos metodologías capturan información complementaria y no sustituta. Veintidós de los treinta y un sectores exhiben una brecha absoluta de β_U superior al 30% y activan la revelación de sensibilidad obligatoria. El piso profesional conservador de rendimiento soberano en 13.90% es vinculante para 22 de los 31 sectores en pesos colombianos; el Ke en dólares conserva mayor discriminación sectorial y es la salida principal de reporte recomendada.

Hasta donde sabemos, este es uno de los primeros marcos de betas contables por tiers aplicados a datos colombianos. El marco no busca reemplazar a Damodaran, que sigue proporcionando un referente externo de comparabilidad; lo complementa con una discriminación sectorial informada localmente y anclada en la evidencia contable colombiana. El marco es honesto sobre sus limitaciones: la atenuación agregada por errores en variables sesga a la baja las estimaciones del Tier 4, el chequeo de validez externa contra firmas listadas en la BVC es de bajo poder, y el modelo de costo del patrimonio con spread soberano aditivo no es consistente con la ausencia de arbitraje bajo todos los supuestos. Estas limitaciones se documentan y reconocen, no se ocultan.

Finalmente, un chequeo de estabilidad independiente con 500, 1,999 y 4,999 réplicas de bootstrap estacionario sobre una reconstrucción de 26 sectores desde los datos crudos de SIREM confirma que ningún sector satisface el criterio académico estricto y simétrico bajo ningún conteo de réplicas. Veinticuatro de los veintiséis sectores reconstruidos preservan su tier base de reconstrucción entre conteos de réplicas; dos sectores de frontera se reclasifican un solo tier bajo conteos mayores, exactamente el comportamiento anticipado por el diseño de la clasificación y enunciado en la Limitación 15. Esto refuerza la conclusión central del documento: CAB-Ke no elimina la incertidumbre en la valoración de empresas privadas colombianas. La hace explícita, la clasifica y la convierte en una regla de decisión profesional para estimar el costo del patrimonio sectorial. La contribución del marco no es la certeza estadística, sino la estimación profesional disciplinada bajo incertidumbre.

REFERENCIAS

Las referencias se conservan en su idioma original de publicación.

Adams, John, Darren K. Hayunga, Sattar Mansi, David Reeb, and Vincenzo Verardi, 2019, Identifying and treating outliers in finance, *Financial Management* 48, 345–384.

Alquist, Ron, Ronen Israel, and Tobias J. Moskowitz, 2018, Fact, fiction, and the size effect, *Journal of Portfolio Management* 45, 34–61.

Altman, Edward I., 1968, Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy, *Journal of Finance* 23, 589–609.

Bai, Ye, and Christopher J. Green, 2020, Country and industry factors in tests of Capital Asset Pricing Models for partially integrated emerging markets, *Economic Modelling* 92, 180–194.

Ball, Ray, Gil Sadka, and Ayung Tseng, 2022, Using accounting earnings and aggregate economic indicators to estimate firm-level systematic risk, *Review of Accounting Studies* 27, 607–646.

Bates, J. M., and C. W. J. Granger, 1969, The combination of forecasts, *Operational Research Quarterly* 20, 451–468.

Beaton, Albert E., and John W. Tukey, 1974, The fitting of power series, meaning polynomials, illustrated on band-spectroscopic data, *Technometrics* 16, 147–185.

Beaver, William, Paul Kettler, and Myron Scholes, 1970, The association between market-determined and accounting-determined risk measures, *Accounting Review* 45, 654–682.

Bekaert, Geert, and Campbell R. Harvey, 1995, Time-varying world market integration, *Journal of Finance* 50, 403–444.

Bekaert, Geert, Robert J. Hodrick, and Xiaoyan Zhang, 2009, International stock return comovements, *Journal of Finance* 64, 2591–2626.

Benjamini, Yoav, and Yosef Hochberg, 1995, Controlling the false discovery rate: A practical and powerful approach to multiple testing, *Journal of the Royal Statistical Society Series B* 57, 289–300.

Blume, Marshall E., 1971, On the assessment of risk, *Journal of Finance* 26, 1–10.

Bowman, Robert G., 1979, The theoretical relationship between systematic risk and financial (accounting) variables, *Journal of Finance* 34, 617–630.

Caicedo Cerezo, Edinson, 2004, Medición de betas del capital propio a través de la información contable, Ponencia, I Simposio Nacional de Docentes de Finanzas, Universidad del Valle, Cali.

Caicedo Cerezo, Edinson, 2006, Betas apalancados y no apalancados en industrias colombianas, Ponencia, III Simposio Nacional de Docentes de Finanzas, Universidad del Valle, Cali.

Campbell, John Y., 1991, A variance decomposition for stock returns, *Economic Journal* 101, 157–179.

Campbell, John Y., Jens Hilscher, and Jan Szilagyi, 2008, In search of distress risk, *Journal of Finance* 63, 2899–2939.

Cochran, William G., 1937, Problems arising in the analysis of a series of similar experiments, *Supplement to the Journal of the Royal Statistical Society* 4, 102–118.

Cohen, Randolph B., Christopher Polk, and Tuomo Vuolteenaho, 2009, The price is (almost) right, *Journal of Finance* 64, 2739–2782.

Damodaran, Aswath, 2025, *Investment Valuation: Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset*, 4th ed. (Wiley, Hoboken).

Damodaran, Aswath, 2026, Country risk premiums and equity risk premiums for emerging markets, January 2026 update, working paper, NYU Stern School of Business.

Easton, Peter D., 2004, PE ratios, PEG ratios, and estimating the implied expected rate of return on equity capital, *Accounting Review* 79, 73–95.

Efron, Bradley, and Carl Morris, 1973, Stein's estimation rule and its competitors—An empirical Bayes approach, *Journal of the American Statistical Association* 68, 117–130.

Ellahie, Atif, 2021, Earnings beta, *Review of Accounting Studies* 26, 81–122.

Erb, Claude B., Campbell R. Harvey, and Tadas E. Viskanta, 1996, Expected returns and volatility in 135 countries, *Journal of Portfolio Management* 22, 46–58.

Estrada, Javier, 2000, The cost of equity in emerging markets: A downside risk approach, *Emerging Markets Quarterly* 4, 19–30.

Estrada, Javier, 2001, The cost of equity in emerging markets: A downside risk approach (II), *Emerging Markets Quarterly* 5, 63–72.

Fama, Eugene F., and James D. MacBeth, 1973, Risk, return, and equilibrium: Empirical tests, *Journal of Political Economy* 81, 607–636.

Gebhardt, William R., Charles M. C. Lee, and Bhaskaran Swaminathan, 2001, Toward an implied cost of capital, *Journal of Accounting Research* 39, 135–176.

Godfrey, Stephen, and Ramon Espinosa, 1996, A practical approach to calculating costs of equity for investments in emerging markets, *Journal of Applied Corporate Finance* 9, 80–89.

Hamada, Robert S., 1972, The effect of the firm's capital structure on the systematic risk of common stocks, *Journal of Finance* 27, 435–452.

Harvey, Campbell R., 1995, Predictable risk and returns in emerging markets, *Review of Financial Studies* 8, 773–816.

Hill, Ned C., and Bernell K. Stone, 1980, Accounting betas, systematic operating risk, and financial leverage, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 15, 595–637.

Huber, Peter J., 1964, Robust estimation of a location parameter, *Annals of Mathematical Statistics* 35, 73–101.

Jiménez Triviño, Jhon Alexander, 2026, Operating profitability and capitalization as predictors of future accounting distress in Colombian private firms: A parsimonious two-ratio score with honest validation, working paper, Bogotá.

Konchitchki, Yaniv, Yan Luo, Mary L. Z. Ma, and Feng Wu, 2016, Accounting-based downside risk, cost of capital, and the macroeconomy, *Review of Accounting Studies* 21, 1–36.

Kruschwitz, Lutz, Andreas Löffler, and Gerwald Mandl, 2012, Damodaran's country risk premium: A serious critique, *Business Valuation Review* 31, 75–84.

Lessard, Donald R., 1996, Incorporating country risk in the valuation of offshore projects, *Journal of Applied Corporate Finance* 9, 52–63.

Lintner, John, 1965, The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets, *Review of Economics and Statistics* 47, 13–37.

Mandelker, Gershon N., and S. Ghon Rhee, 1984, The impact of degrees of operating and financial leverage on systematic risk of common stock, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 19, 45–57.

Mariscal, Jorge O., and Rafaelina M. Lee, 1993, The valuation of Mexican stocks: An extension of the capital asset pricing model, Goldman Sachs, New York.

Merton, Robert C., 1973, An intertemporal capital asset pricing model, *Econometrica* 41, 867–887.

Newey, Whitney K., and Kenneth D. West, 1987, A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix, *Econometrica* 55, 703–708.

Ohlson, James A., 1980, Financial ratios and the probabilistic prediction of bankruptcy, *Journal of Accounting Research* 18, 109–131.

Pereiro, Luis E., 2001, The valuation of closely-held companies in Latin America, *Emerging Markets Review* 2, 330–370.

Pereiro, Luis E., 2006, The practice of investment valuation in emerging markets: Evidence from Argentina, *Journal of Multinational Financial Management* 16, 160–183.

Politis, Dimitris N., and Joseph P. Romano, 1994, The stationary bootstrap, *Journal of the American Statistical Association* 89, 1303–1313.

Rosenberg, Barr, and Walt McKibben, 1973, The prediction of systematic and specific risk in common stocks, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 8, 317–333.

Rutkowska-Ziarko, Anna, Lesław Markowski, and Christopher Pyke, 2019, Accounting beta in the extended version of CAPM, in K. Jajuga, L. Locarek-Junge, L. T. Orlowski, and K. Staehr, eds.: *Contemporary Trends and Challenges in Finance* (Springer, Cham) 147–156.

Rutkowska-Ziarko, Anna, Lesław Markowski, and Hussein A. Abdou, 2024, Conditional CAPM relationships in standard and accounting risk approaches, *North American Journal of Economics and Finance* 72, 102123.

Sarmiento, Julio, Mehdi Sadeghi, Juan S. Sandoval, and Edgardo Cayon, 2021, The application of proxy methods for estimating the cost of equity for unlisted companies: Evidence from listed firms, *Review of Quantitative Finance and Accounting* 57, 1009–1031.

Sarmiento-Sabogal, Julio, and Mehdi Sadeghi, 2014, Unlevered betas and the cost of equity capital: An empirical approach, *North American Journal of Economics and Finance* 30, 90–105.

Sarmiento-Sabogal, Julio, and Mehdi Sadeghi, 2015, Estimating the cost of equity for private firms using accounting fundamentals, *Applied Economics* 47, 288–301.

Sharpe, William F., 1964, Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk, *Journal of Finance* 19, 425–442.

Stock, James H., and Mark W. Watson, 2004, Combination forecasts of output growth in a seven-country data set, *Journal of Forecasting* 23, 405–430.

Timmermann, Allan, 2006, Forecast combinations, in G. Elliott, C. Granger, and A. Timmermann, eds.: *Handbook of Economic Forecasting* Vol. 1, 135–196.

Vasicek, Oldrich A., 1973, A note on using cross-sectional information in Bayesian estimation of security betas, *Journal of Finance* 28, 1233–1239.

Vélez-Pareja, Ignacio, 2002, Costo de capital y valoración de empresas en mercados emergentes: El caso colombiano, Monografía, Politécnico Grancolombiano, Bogotá.

Fuentes regulatorias colombianas

Ley 1314 de 2009, “Por la cual se regulan los principios y normas de contabilidad e información financiera y de aseguramiento de información aceptados en Colombia”, Congreso de la República, Bogotá.

Decreto 2784 de 2012, “Por el cual se reglamenta la Ley 1314 de 2009 sobre el marco técnico normativo para los preparadores de información financiera del Grupo 1”, Ministerio de Comercio, Industria y Turismo, Bogotá.

Decreto 3022 de 2013, “Por el cual se reglamenta la Ley 1314 de 2009 sobre el marco técnico normativo para los preparadores de información financiera del Grupo 2”, Ministerio de Comercio, Industria y Turismo, Bogotá.

Ley 1116 de 2006, “Por la cual se establece el Régimen de Insolvencia Empresarial en la República de Colombia”, Congreso de la República, Bogotá.

Ley 2277 de 2022, “Por medio de la cual se adopta una reforma tributaria para la igualdad y la justicia social”, Congreso de la República, Bogotá.

DISPONIBILIDAD DE DATOS

Los datos firma-año subyacentes provienen de la plataforma SIREM de la Superintendencia de Sociedades de Colombia y son información pública sujeta a los términos de acceso de la entidad. Los materiales de replicación comprenden: (i) `sector_year_panel_final.csv`, el panel sector-año de ROA y PD; (ii) `final_matrix.csv`, la matriz sectorial de las Tablas 5A–5B; (iii) `tier_classification.csv`, la asignación de tiers con sus valores p asociados; (iv) `macro_inputs.csv`, el corte de parámetros macroeconómicos; (v) `codebook.pdf`, el diccionario de variables y la nota de linaje de datos; (vi) `boot_results_final.csv`, la salida sectorial del bootstrap que sustenta el Apéndice C; y (vii) los scripts de estimación con un `README.md` que describe el orden de ejecución. El archivo completo de clasificación sectorial por tiers — incluyendo β_{HS} , p_{HS} , p_{HS} ajustado por BH, β_{DA} estandarizada, p_{DA} , p_{DA} ajustado por BH, indicadores de consistencia de signo, indicadores de rango de beta, asignación final de tier y justificación del tier — se provee como archivo suplementario `tier_classification.csv`. Los materiales están disponibles solicitándolos al autor. El manuscrito no reclama reproducibilidad plena desde fuentes públicas: la reconstrucción exacta requiere el panel derivado de SIREM, cuya redistribución está sujeta a los términos de la fuente.

DISPONIBILIDAD DE CÓDIGO

El pipeline de estimación está implementado en Python 3.11 (statsmodels) con extracciones en SQL. El código público reproduce la arquitectura computacional — construcción del factor leave-one-out, M-regresión con biweight de Tukey, bootstrap estacionario, combinación por varianza inversa, contracción de Vasicek, reglas de tiers y la cadena de costo del patrimonio — sobre datos de insumo con el mismo esquema.

DECLARACIÓN DE CONFLICTOS DE INTERÉS

El autor declara no tener conflictos de interés. La investigación no recibió financiación externa. El autor es investigador independiente y consultor; ninguna relación de consultoría influyó en el diseño, los resultados ni las conclusiones de este manuscrito.

APÉNDICE A. DEFINICIONES DE VARIABLES

Variable	Definición
Variable	Definition
ROA(s,t)	ROA operativo del sector s en el año t, ponderado por activos, ecuación (1).
ROA_M ^(-s) (t)	ROA de mercado ponderado por activos excluyendo el sector s (leave-one-out), ecuación (1a).
PD _i (t)	Probabilidad de default a nivel de firma desde el Z-score: $1 / (1 + \exp(-z(i, t)))$, ecuación (2a).
PD_M ^(-s) (t)	Probabilidad de default agregada de mercado excluyendo el sector s, promedio ponderado por activos de las PD de firma de la ecuación (2a).
$\beta_{HS,s}$	Beta de rentabilidad de Hill-Stone, pendiente de la ecuación (3) por M-regresión con biweight de Tukey.
$\beta_{DA_raw,s}$	Pendiente cruda aumentada por distress, ecuación (4). Negativa para los sectores procíclicos.
$\beta_{DA,s}$	β_{DA} estandarizada: $-\beta_{DA_raw} \cdot \sigma(\Delta PD_M) / \sigma(\Delta ROA_M)$, ecuación (4b). Escala compatible con el CAPM; el SE se reescala por el mismo factor.
$\beta_{BKS,s}$	Valor ajustado de la regresión transversal de variables contables, ecuación (5).
$\beta_{uncapped,s}$	Posterior de Vasicek sin acotar, ecuación (8); base de las betas de Tiers 1–2.
$\beta_{U,s}^{CAB}$	Beta desapalancada final específica por tier (Capa 4).
$\beta_{L,s}$	Beta reapalancada por Hamada, ecuación (10), con $\tau = 35\%$ y D/E mediano sectorial.
Ke_USD,s	Costo del patrimonio en dólares por spread soberano aditivo de Mariscal-Lee, ecuación (11).
Ke_COP ^{Fisher} ,s	Costo del patrimonio en pesos por conversión de Fisher, ecuación (12).
Ke_COP,s	Costo del patrimonio en pesos bajo el piso de rendimiento soberano, ecuación (12b).
Tier	Tier de confiabilidad 1–5.
p_HS_BH, p_DA_BH	Valores p corregidos por BH, dentro de cada componente a lo largo de los 31 sectores.

APÉNDICE B. PLANTILLAS DE REVELACIÓN POR TIER

Plantilla Tier 1 (CIU 45). «La beta desapalancada sectorial proviene del marco CAB-Ke, Tier 1 (Evidencia Profesional Fuerte): el sector satisface BH $p_{HS} < 0.05$ y BH $p_{DA} < 0.10$ con signos consistentes. La beta desapalancada es 0.73; la beta reapalancada por Hamada con $\tau = 35\%$ y el D/E mediano sectorial es 1.33. El Ke_USD es 13.30% bajo el spread soberano aditivo de Mariscal-Lee; el Ke en pesos con conversión de Fisher es 14.08% y el piso soberano no es vinculante. El

criterio del Tier 1 es asimétrico y no equivale a la validación académica estricta y simétrica, que ningún sector alcanza en el panel actual. Se reporta a su lado el referente de Damodaran ($\beta_U = 1.05$) por comparabilidad internacional; la brecha activa la revelación de sensibilidad de la regla del 30%.»

Plantilla Tier 2/3. «La beta desapalancada sectorial proviene del marco CAB-Ke, Tier [2/3]: la evidencia local cumple el estándar operativo [de uso profesional / indicativo] pero no la validación académica estricta. Se revela el intervalo de confianza al 90%, el referente de Damodaran, el porcentaje de brecha y la sensibilidad al CRP. [Tier 3: la estimación incorpora contracción bayesiana adicional ($\sigma = 0.30$) y se usa solo con la sensibilidad obligatoria.]»

Plantilla Tier 4. «La evidencia local de series de tiempo del sector es insuficiente para una estimación puntual central. La beta reportada es una estimación conservadora profesional de respaldo, interpretada como cota inferior; la práctica recomendada evalúa el máximo entre el respaldo CAB-Ke, el referente de Damodaran y una estimación ajustada por el analista justificada en narrativa. El Ke en pesos está sujeto al piso de rendimiento soberano, [vinculante/no vinculante] para este sector.»

APÉNDICE C. VALORES P DEL BOOTSTRAP POR SECTOR BAJO CONTEOS EXTENDIDOS DE RÉPLICAS

Este apéndice reporta la salida por sector del chequeo suplementario de estabilidad de la Sección X.K: la reconstrucción independiente de 26 sectores del panel sector-año desde los datos crudos firma-año de SIREM, estimada por OLS sobre la pata Hill-Stone con bootstrap estacionario ($L = 4$) bajo 500, 1,999 y 4,999 réplicas. La beta aumentada por distress estandarizada β_{DA} no se computa aquí; su inclusión se difiere a una nueva corrida del pipeline completo. Los valores p son crudos (sin corrección BH); las asignaciones de tier de la reconstrucción usan los mismos umbrales de la Sección VI, sujetas a β en $[0.30, 2.50]$.

TABLA C1 — Reconstrucción de 26 sectores: valores p y tier por conteo de réplicas

CII	n	β_{HS} OLS	p 500	p 1,999	p 4,999	BH 500	BH 1,999	BH 4,999	Tier 500	Tier 1,999	Tier 4,999	Nota
01	11	0.65	0.204	0.205	0.199	0.424	0.412	0.422	T4	T4	T3	cruza 0.20 en 4,999
06	9	-0.66	0.628	0.616	0.626	0.714	0.700	0.708	T4	T4	T4	estable
09	9	0.61	0.294	0.312	0.320	0.424	0.412	0.422	T4	T4	T4	estable
10	11	0.46	0.042	0.047	0.045	0.182	0.201	0.196	T2	T2	T2	estable
11	9	2.50	0.064	0.054	0.055	0.208	0.201	0.205	T2	T2	T2	estable
13	9	0.55	0.056	0.080	0.075	0.208	0.249	0.243	T2	T2	T2	estable
14	8	1.00	0.000	0.001	0.001	0.000	0.026	0.036	T1	T1	T1	estable
17	10	0.13	0.528	0.533	0.533	0.654	0.660	0.659	T4	T4	T4	estable
20	10	0.28	0.308	0.317	0.312	0.424	0.412	0.422	T4	T4	T4	estable
21	9	-0.37	0.632	0.619	0.618	0.714	0.700	0.708	T4	T4	T4	estable
22	10	0.22	0.304	0.307	0.311	0.424	0.412	0.422	T4	T4	T4	estable
23	9	0.57	0.084	0.086	0.085	0.243	0.249	0.244	T2	T2	T2	estable
24	8	2.03	0.040	0.042	0.045	0.182	0.201	0.196	T2	T2	T2	estable
25	9	-18.40	0.234	0.247	0.237	0.424	0.412	0.422	T4	T4	T4	estable
27	9	-0.81	0.010	0.015	0.018	0.087	0.130	0.154	T4	T4	T4	estable

CIIU	n	β_{HS} OLS	p 500	p 1,999	p 4,999	BH 500	BH 1,999	BH 4,999	Tier 500	Tier 1,999	Tier 4,999	Nota
29	8	0.20	0.718	0.715	0.720	0.778	0.775	0.780	T4	T4	T4	estable
41	9	0.50	0.096	0.102	0.100	0.250	0.265	0.261	T2	T3	T3	cruza 0.10 en 1,999
42	11	-0.09	0.812	0.790	0.797	0.812	0.797	0.809	T4	T4	T4	estable
45	11	-0.08	0.788	0.797	0.809	0.812	0.797	0.809	T4	T4	T4	estable
46	11	-0.53	0.250	0.247	0.244	0.424	0.412	0.422	T4	T4	T4	estable
47	11	0.39	0.306	0.310	0.310	0.424	0.412	0.422	T4	T4	T4	estable
55	10	-1.38	0.316	0.306	0.300	0.424	0.412	0.422	T4	T4	T4	estable
68	11	0.53	0.008	0.008	0.013	0.087	0.104	0.154	T2	T2	T2	estable
70	11	0.86	0.032	0.037	0.040	0.182	0.201	0.196	T2	T2	T2	estable
74	8	-1.80	0.324	0.312	0.318	0.424	0.412	0.422	T4	T4	T4	estable
82	10	0.36	0.326	0.316	0.324	0.424	0.412	0.422	T4	T4	T4	estable

Dos sectores (CIIU 41 y CIIU 01) cruzan fronteras de tier al aumentar el conteo de réplicas dentro de la reconstrucción, el comportamiento de frontera anticipado por la Limitación 15. La reconstrucción no reproduce las asignaciones base de la Sección VIII (usa OLS, un subconjunto de filtros y solo la pata Hill-Stone).

APÉNDICE D. ESPECIFICACIÓN DEL Z-SCORE (JIMÉNEZ TRIVIÑO 2026)

El Z-score empleado para derivar la probabilidad de default a nivel de firma de las ecuaciones (2)–(2a) es el score logit de dos razones M1 desarrollado en el documento de trabajo complementario de Jiménez Triviño (2026). Este apéndice lo hace autosuficiente para el lector.

Elemento	Especificación
Forma funcional	Logit: $PD = 1 / (1 + \exp(-z))$, con $z = -1.2011 - 6.7120R1 - 3.4259R4$
R1	Utilidad operacional / Activos totales (decimal)
R4	Patrimonio contable / Activos totales (razón de capitalización, decimal)
Muestra de calibración	Panel SIREM completo, $\approx 192,458$ observaciones firma-año, 2018–2024
Variable respuesta	Distress contable en $t+1$ (pérdida operacional con erosión patrimonial)
Estimador	Logit con errores estándar robustos agrupados por NIT
Validación	Fuera de tiempo (entrenamiento 2018–2022, prueba 2023–2024), AUC estable
Racional de adopción	Parsimonia (dos razones observables en SIREM para todas las firmas del panel) y validación honesta fuera de tiempo

Los coeficientes se toman tal cual del documento de trabajo complementario; no se recalibran dentro de CAB-Ke. La Sección X.B reporta la robustez del factor de distress bajo las alternativas de Ohlson (1980) y EMBI+, que no dependen de esta calibración.

APÉNDICE E. JUSTIFICACIÓN DE TIER PARA EL PIPELINE COMPLETO DE 31 SECTORES

Este apéndice registra la justificación de la asignación de tier de cada sector del pipeline principal. La salida numérica completa de inferencia por sector del pipeline principal — β_{HS} , β_{DA} y los valores p crudos y corregidos por BH de ambos componentes a lo largo de los 31

sectores — está contenida en el archivo suplementario tier_classification.csv listado en Disponibilidad de Datos.

TABLA E1 — Justificación de tier por sector (pipeline principal)

CIU	Sector	Tier	β_U	β_L	Ke_USD	Criterio calificador	Indicador
45	Comercio de vehículos automotores	T1	0.73	1.33	13.30%	BH $p_{HS} < 0.05$ Y BH $p_{DA} < 0.10$	OK: β en [0.30, 2.50]
01	Agricultura	T2	0.34	0.45	9.17%	$p_{crudo} < 0.10$ en β_{HS}	OK: β en [0.30, 2.50]
06	Petróleo y gas	T2	1.44	1.84	15.70%	$p_{crudo} < 0.10$ en β_{HS}	OK: β en [0.30, 2.50]
10	Alimentos procesados	T2	0.47	0.82	10.90%	$p_{crudo} < 0.10$ en β_{DA}	OK: β en [0.30, 2.50]
13	Textiles	T2	0.77	1.17	12.55%	$p_{crudo} < 0.10$ en β_{DA}	OK: β en [0.30, 2.50]
14	Confecciones	T2	0.91	1.74	15.23%	$p_{crudo} < 0.10$ en β_{HS}	OK: β en [0.30, 2.50]
24	Metales básicos	T2	0.93	1.42	13.72%	$p_{crudo} < 0.10$ en β_{DA}	OK: β en [0.30, 2.50]
25	Productos de metal	T2	1.21	1.97	16.31%	$p_{crudo} < 0.10$ en β_{HS}	OK: β en [0.30, 2.50]
32	Otras manufacturas	T2	0.75	1.19	12.64%	$p_{crudo} < 0.10$ en β_{DA}	OK: β en [0.30, 2.50]
68	Actividades inmobiliarias	T2	1.06	1.25	12.93%	$p_{crudo} < 0.10$ en β_{HS}	OK: β en [0.30, 2.50]
74	Otras actividades profesionales	T2	1.82	2.20	17.39%	$p_{crudo} < 0.10$ en β_{HS}	OK: β en [0.30, 2.50]
82	Servicios administrativos	T2	1.05	1.33	13.30%	$p_{crudo} < 0.10$ en β_{DA}	OK: β en [0.30, 2.50]
09	Servicios de apoyo a la minería	T3	1.02	1.48	14.01%	$p_{crudo} < 0.20$ en β_{HS}	OK: β en [0.30, 2.50]
46	Comercio al por mayor	T3	0.39	0.69	10.29%	$p_{crudo} < 0.20$ en β_{DA}	OK: β en [0.30, 2.50]
17	Papel	T4	0.48	0.73	10.48%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK
20	Químicos	T4	0.62	0.96	11.56%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK
21	Farmacéuticos	T4	0.66	0.94	11.47%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK
22	Caucho y plástico	T4	0.46	0.71	10.39%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK
23	Minerales no metálicos	T4	0.55	0.83	10.95%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK
27	Equipo eléctrico	T4	0.33	0.58	9.78%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK
41	Construcción de edificios	T4	0.44	0.79	10.76%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK
42	Ingeniería civil	T4	0.59	0.97	11.61%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK
43	Construcción especializada	T4	0.33	0.55	9.64%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK
47	Comercio al por menor	T4	0.99	1.70	15.04%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK
52	Almacenamiento	T4	0.40	0.66	10.15%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK
55	Alojamiento	T4	0.69	0.87	11.14%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK
61	Telecomunicaciones	T4	0.41	0.73	10.48%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK
62	Tecnologías de la información	T4	0.45	0.76	10.62%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK

CIU	Sector	Tier	β_U	β_L	Ke_USD	Criterio calificador	Indicador
70	Oficinas principales; consultoría	T4	0.95	1.07	12.08%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK
71	Arquitectura / ingeniería	T4	0.33	0.58	9.78%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK
77	Alquiler y arrendamiento	T4	0.32	0.53	9.54%	Respaldo: $p > 0.20$ en ambos componentes	OK

Criterios de la Sección VI aplicados sobre los valores p del bootstrap estacionario de 500 réplicas del pipeline principal (M-regresión, factor leave-one-out). El detalle numérico vive en tier_classification.csv.